وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التقني العمارة
قسم التقنيات الالكترونية والاتصالات

الحقيبة التدريسية لمادة

الدوائر الرقمية

مقتبسة من المعهد التقني النجف

الصف الاول

تدريسي المادة

م.م اقبال حنون يصغ

الفصل الدراسي الاول

جدول مفردات مادة الدوائر الرقمية

المفردات النظرية (الفصل الاول)	الإسبوع
A general idea of numerical systems (types and details)	**1**
Transfers between the numerical systems	**2**
Logic gates (types, working principle, truth tables, logical symbol)	**3**
How to connect the logic gates to form logic circuits.	**4**
Boolean algebra and the rule of de-Morgan	**5**
Simplification of logical equations using Boolean algebra and the laws of De Morgan's laws.	**6**
The design of the logical gates using NOR and NANDcircuits,	7
Ways of writing the equation from truth table (POS, SOP).	8
Karnaugh Map (for two variables, the three variables, the four variables)	9
Simplification of logical equations using Karnaugh Map	10
Calculations in the binary system (addition, subtraction, subtraction using complements).	11
Logic circuit applications(half adder, full adder, parallel adder circuits)	12
Binarysubtractorcircuits (half subtractor,full subtractorparallel subtractor) circuit using the adder circuit by method of 1s complements.	13
The circuit of digital comparator (one stage and two stages)	14
The circuit of decoder size of 2:4 ,3:8 and 4:10	15

الهدف من دراسة مادة الدوائر الالكترونية (الهدف العام):

تهدف دراسة مادة الدوائر الالكترونية للصف الثاني الى:

1) تعريف الطالب الدوائر الرقمية الأساسية .
2) طرق تصميم الدوائر الرقمية
3) استخدام الدوائر الرقمية في تطبيقات عملية عديدة.

الفئة المستهدفة:

طلبة الصف الاول / قسم التقنيات الالكترونية والاتصالات

التقنيات التربوية المستخدمة:

1. سبورة واقلام
2. السبورة التفاعلية
3. عارض البيانات Data Show
4. جهاز حاسوب محمول Laptop

(المحاضرة الاولى – الرابعة) : الأنظمة العددية (Numerical Systems)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

ان معظم الغموض الذي يكتنف التركيب الداخلي للحاسبات الالكترونية وغيرها من النظم الرقمية انما ينبع اساسا من اللغة غير المألوفة للدوائر الرقمية ، فالاجهزة الرقمية يمكنها أن تتعامل فقط مع الارقام الثنائية (0,1) وقسم منها يتعامل مع الارقام بالنظام السداسي عشر أو الثماني وغيرها

لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب أنواع الانظمة العددية وكيفية التحويل فيما بينها وكذلك المتممات .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : التحويل من النظام العشري ← الى النظام الثنائي و بالعكس .

ثانيا : التحويل من النظام العشري ← الى النظام الثمائي و بالعكس .

ثالثا : التحويل من النظام العشري ← الى النظام السداسي عشر و بالعكس .

رابعا : التحويل من النظام الثنائي ← الى النظام الثماني .

خامسا : التحويل من النظام الثنائي ← الى النظام السداسي عشر .

سادسا : التحويل من النظام الثمائي ← الى النظام الثنائي .

سابعا : التحويل من النظام السداسي عشر ← الى النظام الثنائي .

ثامنا : جمع الاعداد في النظام الثنائي

تاسعا : طرح الاعداد في النظام الثنائي

عاشرا : طرح الاعداد في النظام الثنائي

احد عشر: متمم الـ (1) و متمم ألـ (2) .

اثنا عشر: طرح الاعداد في النظام الثنائي باستخدام المتمم لـ (1)

ثلاثة عشر: طرح الاعداد في النظام الثنائي باستخدام المتمم لـ (2)

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على طريقة الترقيم في الانظمة العددية المختلفة.
- يحدد انواع التحويلات بين الانظمة العددية وايجاد قيمة العدد لاي نظام عددي.
- يتعرف على طريقة الجمع والطرح في النظام الثنائي .
- يستخرج متمم الـ (1) و متمم ألـ (2) في النظام الثنائي .
- يقوم باجراء عملية الطرح في النظام الثنائي باستخدام طريقة المتمم لـ (1) و باستخدام طريقة المتمم لـ (2)

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- القيمة الثنائية المكافئة للعدد العشري $(79)_{10}$ هي :

أ- $(1101111)_2$

ب- $(1101011)_2$

ت- $(1001111)_2$

ث- $(1001110)_2$

2- القيمة الثمانية المكافئة للعدد العشري $(496)_{10}$ هي :

أ- $(670)_8$

ب- $(760)_8$

ت- $(770)_8$

ث- $(780)_8$

3- القيمة السداسي عشر المكافئة للعدد العشري $(6745)_{10}$ هي :

أ- $(1A59)_{16}$

ب- $(1A95)_{16}$

ت- $(1B95)_{16}$

ث- $(1B59)_{16}$

4- القيمة العشرية المكافئة للعدد الثنائي $(11010.10101)_2$ هي

أ- $(29.66525)_{10}$

ب- $(28.65252)_{10}$

ت- $(27.56562)_{10}$

ث- $(26.65625)_{10}$

5- ان متمم الـ (1) للعدد الثنائي $(1101111)_2$ هو :

أ- $(0010000)_2$

ب- $(1101010)_2$

ت- $(1001111)_2$

ث- $(1001110)_2$

6- ان متمم الـ (2) للعدد الثنائي $(11011011)_2$ هو :

أ- $(00100100)_2$

ب- $(11101010)_2$

ت- $(00100101)_2$

ث- $(10101110)_2$

7- ان ناتج جمع العدد الثنائي $(1101101)_2$ مع العدد الثنائي $(1101001)_2$ هو :

أ- $(00100100)_2$
ب- $(11010110)_2$
ت- $(00100101)_2$
ث- $(10101110)_2$

8- ان ناتج طرح العدد الثنائي $(110101)_2$ من العدد الثنائي $(1101001)_2$ باستخدام المتمم لـ (2) هو :

أ- $(00100100)_2$
ب- $(11010110)_2$
ت- $(00100101)_2$
ث- $(110100)_2$

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية:

مقدمة :

يعد إستخدام الأرقام كوسيلة للعد والحساب من الإنجازات الهامة التي حققها الإنسان عبر التاريخ والتي ساهمت في تسهيل كافة العمليات الحسابية وتسريعها. فقد إستخدام الإنسان منذ القدم الكثير من الأدوات لتمثيل عمليات العد والحساب ومنها استخدامه لأصابع يده العشرة والتي كانت الأساس للنظام العددي والذي لا يزال معمول به حتى يومنا هذا والمسمى بالنظام العشري **(Decimal System)**.

في المراحل الدراسية السابقة وعند دراستك للنظام العشري لابد أنك لاحظت أن القيمة الحقيقية للرقم تعتمد على قيمته المكانية في العدد ، وهذا يعني أن الرقم يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة والذي يحدد ذلك مكانه داخل العدد (والذي يسمى بالمرتبة)، تزداد قيمة العدد إذا حركتهُ باتجاه اليسار وتقل قيمته إذا حركيه باتجاه اليمين. فمثلاً العدد (937) نجد أن القيمة الحقيقية للرقم 7 هي سبعة فقط أما قيمة الرقم 3 فهي (30) وقيمة الرقم 9 هي (900).

وهنالك أنظمة عددية أخرى غير النظام العشري ، وأكثرها شيوعاً هي النظام الثنائي، النظام الثماني، النظام السادس عشري. وتكون هذه الأنظمة مفيدة في الأنظمة الرقمية مثل الحاسبات الالكترونية ، المعالجات الدقيقة ، وغيرها من الأنظمة الرقمية. ولهذا السبب فانه من الضروري الإطلاع على كل من هذه الأنظمة العددية لغرض استخدامها في دراستنا للأنظمة الرقمية.

النظام العشري : Decimal System

وهو النظام العددي المتعارف عليه والمستخدم في كافة المجالات وفي كل انحاء العالم وجاءت تسمية النظام ب(العشري) لان عدد الرموز الداخلة في تركيبة أي عدد في هذا النظام هي عشرة رموز وهي (0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9) وفي حالة استخدام اكثر من رمز فان القيمة العددية تعتمد على موقع الرمز ضمن سلسلة الرموز ، ان عدد الرموز الداخلة في تركيب النظام العددي تسمى بأساس النظام ، لذلك فان اساس النظام العشري هو العدد (10) وسمي بأساس العدد لان كل عدد مكتوب بهذا النظام يعتمد بالاساس على هذا العدد .

مثال : العدد العشري 7654.23 يمكن تحليله إلى المراتب التالية

7 6 5 4 . 2 3

7×1000	6×100	5×10	4×1	$2\times1/10$	$3\times1/100$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
7×10^3	6×10^2	5×10^1	4×10^0	2×10^{-1}	3×10^{-2}

النظام الثنائي: Binary System

وهو نظام عددي أساسه العدد (2) مقارنة بالنظام العشري الذي أساسه العدد (10) ، أي ان عدد الرموز المستخدمة في النظام هي رمزين فقط وهي (0 ، 1) لتمثيل كافة الاعداد . ويعتبر النظام الثنائي اساس اللغة التي تتعامل بها الحاسبة الالكترونية والأنظمة الرقمية ، مثال على اعداد بهذا النظام :

1001 , 10111.101 , 10.1101 , 0.1011

من خلال ملاحظتنا الاعداد اعلاه نلاحظ بان الاعداد بالنظام الثنائي ولكن توجد اعداد شبيهه بها في النظام العشري ، فلتمييز العدد المكتوب بالنظام المعين ، تكتب الاعداد داخل اقواس مع كتابة رمز اسفل القوس يمثل اساس النظام المكتوب به العدد .

فمثلا : العدد 110 يكتب بالثنائي $(110)_2$ وبالعشري $(110)_{10}$

مثال : لتحليل العدد $(110.101)_2$ الى مراتبه :

$$(110.101)_2 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$$

النظام الثماني : Octal System

وهو من الانظمة المستخدمة في الحاسبات الالكترونية أساسه العدد (8) ، الرموز المستخدمة في هذا النظام هي (0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7) مثال على إعداد النظام الثماني

$$(110.013)_8 \quad , \quad (203.62)_8 \quad , \quad (721.5)_8 \quad , \quad (0.513)_8$$

مثال : حلل العدد $(203.65)_8$ الى مراتبه

$$(203.65)_8 = 3 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 2 \times 8^2 + 6 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$$
$$= 3 \times 1 + 0 \times 8 + 2 \times 64 + 6 \times 1/8 + 5 \times 1/64$$

النظام السادس عشري : Hexadecimal System

وهو من الانظمة المهمة المستخدمة في الحاسبات الالكترونية أساسه العدد (16) أي إن عدد الرموز المستخدمة في تشكيل أعداد النظام هي 16 رمز وهي :

(F , E , D , C , B , A , 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1, 0)

ومثال على أعداد بالنظام السادس عشري :

$$(2D6.F3)_{16} \quad , \quad (10011.1)_{16} \quad , \quad (FFF)_{16} \quad , \quad (0.257)_{16}$$

مثال :: حلل العدد $(3A1.7F)_{16}$ إلى مراتبه :

$$(3A1.7F)_{16} = 1 \times 16^0 + 10 \times 16^1 + 3 \times 16^2 + 7 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2}$$
$$= 1 \times 1 + 10 \times 16 + 3 \times 256 + 7 \times 1/16 + 15 \times 1/256$$

ملاحظة : عند مقارنة الرموز السادس عشرية بالنظام العشري فان الرموز(A ← F) تساوي في النظام العشري (10 ← 15).

التحويلات بين الأنظمة العددية

أن عملية التحويل بين الأنظمة العددية من العمليات المهمة والتي يجب إن يتعرف عليها الشخص الذي يدرس عملية تصميم الأنظمة الرقمية . ولتسهيل عملية فهم هذه التحويلات سيتم تقسيمها إلى مجاميع كل مجموعة تتشابه بطريقة التحويل .

التحويل من الأنظمة (غير العشرية) إلى النظام العشري :

لتحويل أي عدد من أي نظام عددي إلى نظام العشري يتم تحليل العدد إلى مراتبه اعتمادا على أساس ذلك النظام ثم إيجاد ناتج جمع الحدود ، والعدد الناتج من الجمع سيكون هو العدد في النظام العشري .

مثال: حول العدد $(1101.01)_2$ إلى النظام العشري :

$$
\begin{aligned}
(1101.01)_2 &= 1\times 2^0 + 0\times 2^1 + 1\times 2^2 + 1\times 2^3 + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} \\
&= 1\times 1 + 0\times 2 + 1\times 4 + 1\times 8 + 0\times 1/2 + 1\times 1/4 \\
&= 1 + 0 + 4 + 8 + 0 + 0.25 \\
&= (13.25)_{10}
\end{aligned}
$$

مثال: حول العدد $(125.4)_8$ إلى النظام العشري :

$$
\begin{aligned}
(125.4)_8 &= 5\times 8^0 + 2\times 8^1 + 1\times 8^2 + 4\times 8^{-1} \\
&= 5\times 1 + 2\times 8 + 1\times 64 + 4\times 1/8 \\
&= 5 + 16 + 64 + 0.5 \\
&= (85.5)_{10}
\end{aligned}
$$

مثال: حول العدد $(A15.C)_{16}$ إلى النظام العشري :

$$
\begin{aligned}
(A15.C)_{16} &= 5\times 16^0 + 1\times 16^1 + 10\times 16^2 + 12\times 16^{-1} \\
&= 5\times 1 + 1\times 16 + 10\times 256 + 12\times 1/16 \\
&= 5 + 16 + 2560 + 0.75 \\
&= (2581.75)_{10}
\end{aligned}
$$

التحويل من النظام العشري إلى الأنظمة الأخرى :

لتحويل أي عدد عشري إلى أي نظام أخر يجب تجزئته إلى جزء صحيح وجزء كسري وتحويل كل جزء بطريقة خاصة ثم جمع ناتج التحويل للجزئين للحصول على الناتج النهائي .

أولاً : تحويل الجزء الصحيح :

لتحويل الجزء الصحيح للعدد العشري لأي نظام نقوم بتقسيم العدد العشري على أساس النظام المطلوب التحويل إليه ونحتفظ بباقي القسمة ، ثم نأخذ ناتج القسمة ونقسمه مرة أخرى على أساس النظام ونحتفظ بالباقي وهكذا نستمر بتكرار العملية إلى أن نحصل على ناتج قسمة يساوي صفر . فيكون ناتج التحويل في عمود باقي القسمة بقراته من الأسفل إلى الأعلى وكتابته من اليسار إلى اليمين

ثانياً : تحويل الجزء ألكسري :

لتحويل الجزء ألكسري من العدد العشري إلى نظيره في الأنظمة الأخرى نقوم بضرب العدد ألكسري في أساس النظام المطلوب التحويل إليه ثم اخذ الجزء ألكسري فقط من ناتج الضرب وضربه مرة أخرى في الأساس وهكذا تستمر عملية الضرب إلى أن نتوقف في إحدى الحالات التالية :

- إما أن يكون الجزء ألكسري الناتج في الضرب يساوي صفر .
- تكرار الجزء ألكسري أكثر من مرة .
- تعقيد الجزء ألكسري أكثر مع استمرار عملية الضرب .

بعد توقف عملية الضرب يتم قراءة ناتج التحويل في عمود الجزء الصحيح من الضرب بقراءته من الأعلى إلى الأسفل وكتابته بعد الفارزة من اليسار إلى اليمين .

<u>مثال</u>: حول العدد $(13.125)_{10}$ إلى النظام الثنائي :

	ناتج القسمة	باقي القسمة
$13 \div 2 =$	6	**1**
$6 \div 2 =$	3	**0**
$3 \div 2 =$	1	**1**
$1 \div 2 =$	0	**1**

$(1\ 1\ 0\ 1)_2$

$0.125 \times 2 =$	**0**.25
$0.25 \times 2 =$	**0**.5
$0.5 \times 2 =$	**1**.0

$(0.0\ 0\ 1)_2$

ناتج التحويل النهائي = $(1101.001)_2$

مثال: حول العدد $(145.45)_{10}$ إلى النظام الثماني :

	ناتج القسمة	باقي القسمة
$145 \div 8 =$	18	**1**
$18 \div 8 =$	2	**2**
$2 \div 8 =$	0	**2**

$(2\ 2\ 1)_8$

$0.45 \times 8 =$	**3**.6
$0.6 \times 8 =$	**4**.8
$0.8 \times 8 =$	**6**.4
$0.4 \times 8 =$	**3**.2
$0.2 \times 8 =$	**1**.6

$(0.3\ 4\ 6\ 3\ 1)_8$

ناتج التحويل النهائي= $(221.34631)_8$

مثال: حول العدد $(394.36)_{10}$ إلى النظام السادس عشري :

ناتج القسمة	باقي القسمة
$394 \div 16 = 24$	**10(A)**
$24 \div 16 = 1$	**8**
$1 \div 16 = 0$	**1**

$(1\ 8\ A)_{16}$

$0.36 \times 16 =$	**5**.76
$0.76 \times 16 =$	**12**.16
$0.16 \times 16 =$	**2**.56
$0.56 \times 16 =$	**8**.96
:	

$(0.5\ C\ 2\ 8)_{16}$

ناتج التحويل النهائي $\approx$ **$(18A.5C28)_{16}$**

التحويل من النظام الثنائي إلى الثماني وبالعكس :

لتحويل العدد من النظام الثنائي إلى الثماني يقسم العدد الثنائي إلى مجاميع من ثلاثة مراتب ابتداء من الفارزة باتجاه اليسار للجزء الصحيح وباتجاه اليمين للجزء ألكسري ،وإذا انتهت الأطراف بمراتب اقل من ثلاثة تكمل باصفار ، ثم تحول كل مجموعة ثلاثية في النظام الثنائي إلى ما يقابلها في النظام الثماني كما في الجدول أدناه ، والعدد الناتج هو العدد بالنظام الثماني .

الثماني	الثنائي		
	2^2	2^1	2^0
0	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**
2	**0**	**1**	**0**
3	**0**	**1**	**1**
4	**1**	**0**	**0**
5	**1**	**0**	**1**
6	**1**	**1**	**0**
7	**1**	**1**	**1**

مثال: حول العدد $(11010111.1101)_2$ إلى النظام الثماني :

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{011} & \underline{010} & \underline{111} & . & \underline{110} & \underline{100} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 7 & . & 6 & 4 \end{array}$$

$$(11010111.1101)_2 = (327.64)_8$$

ولتحويل أي عدد من النظام الثماني إلى الثنائي فتكون العملية عكسية نسبة للتحويل السابق حيث يحول كل رمز ثماني إلى ما يعادله في النظام الثنائي من ثلاثة رموز وحسب الجدول السابق ، ثم نحذف الاصفار التي في الطرف الأيمن والأيسر من التحويل إن وجدت والعدد الباقي هو ناتج التحويل .

مثال: حول العدد $(321.64)_8$ إلى النظام الثنائي :

$$\begin{array}{cccccc} 3 & 2 & 1 & . & 6 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 011 & 010 & 001 & . & 110 & 100 \end{array}$$

$$(321.64)_8 = (11010001.1101)_2$$

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام السادس عشري وبالعكس :

إن التحويل بين النظام السادس عشري و الثنائي هو شبيه بطريقة التحويل الثنائي والثماني الفرق فقط هو إن المجاميع الثنائية في التحويل هي أربعة مراتب وجدول التحويل هو المبين أدناه

السادس عشري	الثنائي			
	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
A	1	0	1	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	1
E	1	1	1	0
F	1	1	1	1

<u>مثال:</u> حول العدد $(1111011.10101)_2$ إلى النظام السادس عشري :

0111 1011 . 1010 1000

↓ ↓ ↓ ↓

7 B . A 8

$$(1111011.10101)_2 = (\mathbf{7B.A8})_{16}$$

مثال: حول العدد $(8D.9)_{16}$ إلى النظام الثنائي :

8 D . 9

↓ ↓ ↓

1000 1101 . 1001

$$(8D.9)_{16} = (\mathbf{10001101.1001})_2$$

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- تزداد قيمة الرقم في العدد الصحيح إذا حركتهُ باتجاه …… وتقل قيمته إذا حركتهُ باتجاه ……… .

2- في العدد $(937)_{16}$ ، القيمة الحقيقية للرقم 7 هي …..أما قيمة الرقم 3 فهي…… وقيمة الرقم 9 هي ……… .

3- النظام الثنائي هو نظام عددي أساسه العدد ……. بينما النظام العشري أساسه العدد ………

4 - يكتب العدد $(203.62)_8$ بالنظام العشري بشكل …………

5- حول العدد $(17E.2A)_{16}$ إلى النظام الثنائي .

6- ان ناتج العملية الحسابية $(11001)_2 + (110110)_2$ هو …… .

7- ان متمم الـ (2) للعدد الثنائي $(1010011)_2$ هو ………

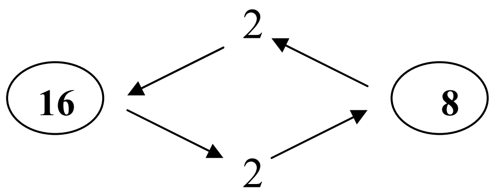
8- ان ناتج العملية الحسابية $(110110)_2 - (11001)_2$ هو………

9- اذا استخدمت متمم الـ (1) فان ناتج العملية الحسابية $(110110)_2 - (11000)_2$ هو……..

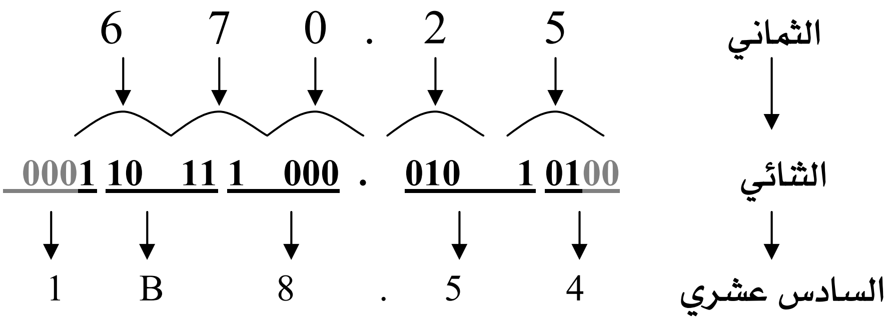
تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة .

التحويل من النظام الثماني إلى السادس عشري وبالعكس :

للتحويل بين النظام الثماني و السادس عشري يتم الاستفادة من التحويلات السابقة لانجاز التحويل النهائي ، مثلا إذا أردنا التحويل من الثماني إلى السادس عشري ، يتم تحويل الثماني الثنائي ومن ثم تحويل الثنائي (الناتج) إلى السادس عشري ، والعكس صحيح .



مثال: حول العدد $(670.25)_8$ إلى النظام السادس العشري :



$(670.25)_8 = (1B8.54)_{16}$

تمارين:

1. حول العدد $(862.401)_{10}$ إلى النظام الثنائي ؟
2. حول العدد $(943.23)_{10}$ إلى النظام الثماني ؟
3. حول العدد $(746.533)_{10}$ إلى النظام السادس عشري ؟
4. حول العدد $(1101101.0101)_2$ إلى النظام العشري ؟
5. حول العدد $(2CE.3B)_{16}$ إلى النظام الثماني ؟
6. اوجد قيمة X في كل مما يأتي :

$(X)_{10} = (90F.62)_{16}$, $(X)_{16} = (100101010.1101)_2$, $(X)_8 = (46.547)_{10}$

7.1 العمليات الحسابية في النظام الثنائي

كلنا يعلم العمليات الحسابية التي تتم باستخدام الأعداد العشرية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة ، كل هذه العمليات يمكن اجرائها في الأنظمة العددية الأخرى ، ولأهمية النظام الثنائي في دراستنا لموضوع الدوائر الرقمية ، فسنقوم بدراسة تلك العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

1.7.1 الجمع في النظام الثنائي : Binary Addition

إن ابسط عملية جمع في النظام الثنائي هي التي تتم بين عددين كل عدد يتكون من رمز (مرتبة) ثنائي واحد . ولو أخذنا كافة الاحتمالات لهذه العملية فستكون الاحتمالات المبينة في أدناه . وبالاعتماد على هذه الاحتمالات يمكن تنفيذ أي عملية جمع ثنائية لأي عدد من المراتب.

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 0 \longrightarrow 1 \text{ محمل (Carry)}$$

مثال: . اجمع العددين $(11010.1)_2$, $(1011.01)_2$:

$$\begin{array}{r} 11010.10 \\ +\ 01011.01 \\ \hline 100101.11 \end{array}$$

مثال: ما ناتج جمع العددين $(11011.101)_2$, $(1110.11)_2$:

$$\begin{array}{r} 11011.101 \\ +\ 01110.110 \\ \hline 101010.011 \end{array}$$

ملاحظة : ناتج جمع $1 + 1 + 1 = 1$ ← 1 محمل

2.7.1 الطرح في النظام الثنائي : Binary Subtraction

كما في عملية الجمع ، تكون احتمالات ابسط عملية طرح بين عددين ثنائيين ، وهي أربع احتمالات، وكما مبينة :

$$0 - 0 = 0$$
$$0 - 1 = 1 \longrightarrow 1 \text{ استعارة(Borrow)}$$
$$1 - 0 = 1$$
$$1 - 1 = 0$$

مثال: اطرح العدد $(1011)_2$ من العدد $(1101.1)_2$:

$$\begin{array}{r} 1\;1\;0\;1\;.\;1 \\ -\quad 1\;0\;1\;1\;.\;0 \\ \hline 0\;0\;1\;0\;.\;1 \end{array}$$

تمرين / اطرح العدد $(110.1)_2$ من العدد $(1000.01)_2$.

3.7.1 الضرب في النظام الثنائي : Binary Multiplication

إن احتمالات عملية الضرب في النظام الثنائي هي :

$$0 \times 0 = 0$$
$$0 \times 1 = 0$$
$$1 \times 0 = 0$$
$$1 \times 1 = 1$$

مثال: اوجد ناتج ضرب العددين $(101)_2$, $(1010)_2$:

$$\begin{array}{r} 1\;0\;1\;0 \\ \times\quad 1\;0\;1 \\ \hline 1\;0\;1\;0 \\ 0\;0\;0\;0\;\; \\ 1\;0\;1\;0\;\;\;\; \\ \hline 1\;1\;0\;0\;1\;0 \end{array}$$

4.7.1 القسمة في النظام الثنائي : Binary Division

إن احتمالات عملية القسمة في النظام الثنائي هي :

$$0 \div 0 = ?$$
$$0 \div 1 = 0$$
$$1 \div 0 = ?$$
$$1 \div 1 = 1$$

مثال: اوجد ناتج قسمة العدد $(11000)_2$ على العدد $(100)_2$

```
          110
     100 |11000
           100
          0100
           100
          0000
```

8.1 المتممات Complements

يستخدم مفهوم المتممات في الحاسبة في خزن الاعداد السالبة وسنبين ذلك في المواضيع القادمة، والاستخدام الثاني هو للتعويض عن عملية الطرح بعملية جمع متكرر والذي يؤدي بدوره إلى جعل الدوائر الالكترونية المسؤولة عن عملية الجمع بتنفيذ عملية الطرح مع بعض الإضافات للدائرة .

1.8.1 المتممات في النظام الثنائي :

هنالك نوعان من المتممات في النظام الثنائي .

1. المتمم لـ 1 (1's Complement) : مقلوب العدد (أي جعل كل واحد صفر وكل صفر واحد) .
2. المتمم لـ2 (2's Complement) : هو المتمم لـ 1 مضافا إليه 1 .

مثال:

العدد	المتمم لـ 1	المتمم لـ 2
110111	001000	001001
10010	01101	01110

الطرح الثنائي باستخدام المتممات :

أولا . الطرح باستخدام المتمم لـ 1 :

لطرح عددين ثنائيين باستخدام المتمم لـ 1 نتبع الخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل عددا بالمراتب (المطروح أو المطروح منه) .
2. إيجاد المتمم لـ 1 للعدد المطروح .
3. جمع المتمم لـ 1 للمطروح مع المطروح منه .
4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 وكما يلي :

أ. إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية (الباقي) ، فنقوم بجمعه مع بقية العدد والناتج من عملية الجمع يمثل ناتج عملية الطرح ويكون موجب .

ب. إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية (وهو دلالة إن ناتج الطرح سالب) ويكون ناتج الطرح بأخذ المتمم لـ 1 لناتج الجمع للخطوة 3 ويكون ناتج العملية هو ناتج الطرح ويكون سالب.

مثال: اطرح العدد $(110)_2$ من العدد $(1010)_2$ باستخدام طريقة المتمم لـ 1 :

	1 0 1 0	المطروح منه
	– 1 1 0	المطروح
الخطوة 1	0 1 1 0	تكملة مراتب المطروح
الخطوة 2	1 0 0 1	المتمم لـ 1 للمطروح
الخطوة 3	1 0 0 1	المتمم لـ 1 للمطروح
	+ 1 0 1 0	المطروح منه
الخطوة 4	1 0 0 1 1	← المرتبة الإضافية
	+ 1	
	0 1 0 0	← ناتج الطرح

مثال: اطرح العدد $(10101)_2$ من العدد $(1011)_2$ باستخدام المتمم لـ 1 :

01011	المطروح منه
$10101\ -$	المطروح
01010	المتمم لـ 1 للمطروح
$01011\ +$	المطروح منه
$?\ 10101$	المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة
$01010\ -$	ناتج الطرح

ثانياً. الطرح باستخدام المتمم لـ 2 :

لطرح عددين ثنائيين باستخدام المتمم لـ 2 تتبع الخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل مراتب .
2. إيجاد المتمم لـ 2 للعدد المطروح .
3. جمع المتمم لـ 2 للعدد المطروح مع المطروح منه .
4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 :

أ. إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية ، فنقوم بحذف هذا الواحد والباقي هو ناتج الطرح (موجب) .

ب. إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية ، فنقوم بأخذ المتمم لـ 2 لناتج الجمع ويكون هو ناتج الطرح (سالب) .

مثال: اطرح العدد $(110)_2$ من العدد $(1010)_2$ باستخدام المتمم لـ 2 :

1010	المطروح منه
$0110\ -$	المطروح
1001	المتمم لـ 1 للمطروح
$1\ +$	
1010	المتمم لـ 2 للمطروح
$1010\ +$	المطروح منه
$1\ \ 0100$	المرتبة الإضافية تحذف ← 1

ناتج الطرح: 0100

مثال: اطرح العدد $(10101)_2$ من العدد $(1011)_2$ باستخدام المتمم لـ 2 :

0 1 0 1 1	المطروح منه
1 0 1 0 1 −	المطروح
0 1 0 1 0	المتمم لـ 1 للمطروح
1 +	
0 1 0 1 1	المتمم لـ 2 للمطروح
0 1 0 1 1 +	المطروح منه
1 0 1 1 0 ?	المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة ←

ونتيجة الطرح هو بأخذ المتمم لـ 2 لآخر نتيجة

```
 01001
    1 +
-------
 01010
```

إذن ناتج الطرح هو العدد (− 1 0 1 0)

رابعا : الاختبار البعدي Post test

اوجد قيمة (x) في المعادلات التالية :

1/ $(110110.11001)_2 = (x)_{10}$

2 / $(10110111011.01010)_2 = (x)_8$

3/ $(749.586)_{10} = (x)_2$

4 / $(11011100110.110101011)_2 = (x)_{16}$

5 / $(7605.4203)_8 = (x)_2$

6/ $(1010110)_2 - (101001)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(2)

7/ $(10110)_2 - (1100101)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(1)

8/ $(100110)_2 + (111011)_2 = (x)_2$

9/ $(101101)_2 - (1011011)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(2)

10/ $(10110)_2 + (111011)_2 = (x)_2$

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

مفاتيح الاجابة على الاختبارات

الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت	1	اليسار ، اليمين	1	$(54.78125)_{10}$
2	ب	2	7 ، 48 ، 2304	2	$(2673.24)_8$
3	أ	3	2 ، 10	3	$(1011101101.10010)_2$
4	ث	4	131.78	4	$(6E6.D58)_{16}$
5	أ	5	$(0001\ 0111\ 1110.0010\ 1010)_2$	5	$(111\ 110\ 000\ 101\ .\ 100\ 010\ 000\ 011)_2$
6	ت	6	$(1001111)_2$	6	$(101101)_2$
7	ب	7	$(10101101)_2$	7	$(-1001111)_2$
8	ث	8	$(-11101)_2$	8	$(1100001)_2$
9		9	$(-11110)_2$	9	$(-101110)_2$
10		10		10	$(1010001)_2$

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.
2- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).
3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))
4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))
5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

المحاضرة الخامسة – السابعة) : البوابات المنطقية (Logic Gates)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

تعتبر البوابات المنطقية (Logic Gates) وحدة البناء الاساسية في جميع الانظمة الرقمية .
لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب مبدأ عمل البوابات المنطقية وكيفية تمثيلها كدوائر كهربائية (باستخدام المفاتيح) وكرمز منطقي واستخراج جداول واقعيتها .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تمثيل البوابات المنطقية(AND ، OR ، NOT) باستخدام المفاتيح و استخراج جداول واقعيتها .

ثانيا : تمثيل البوابات المنطقية(AND ، OR ، NOT) باستخدام دايود ومقاومة وترانزستور .

ثالثا: تمثيل البوابات المنطقية(XOR ، XNOR) باستخدام البوابات المختلفة و استخراج جداول واقعيتها .

رابعا : تمثيل البوابات المختلفة باستخدام بوابة (NAND) مرة وبوابة (NOR) مرة أخرى .

خامسا : كتابة معادلة اخراج البوابات المنطقية .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية بناء البوابات المنطقية المختلفة باستخدام المفاتيح.
- يكتب معادلة اخراج البوابات المنطقية المختلفة .
- يرسم الرمز المنطقي الخاص بكل بوابة .
- يتعرف على كيفية تمثيل البوابات المختلفة باستخدام بوابة (NAND) مرة وبوابة (NOR) مرة أخرى.

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- البوابات المنطقية هي عبارة عن دوائر الكترونية:

أ- تضع القرارات المنطقية .

ب- تسرع الالكترونات للمرور باتجاهها .

ت- تعمل على نظام الاعداد الثنائي.

ث- تتراوح قيمة اخراجها بين (1- 5) فولت.

2- في الدوائر المنطقية ، المنطق (1) يمثل :

أ- فولتية موجبة.

ب- فولتية عالية.

ت- فولتية صفر.

ث- فولتية واطئة.

3- ان اخراج بوابة OR ذات المدخلين يساوي صفر في حالة:

أ - كلا المدخلين يساوي (0) .

ب- أحد المدخلين يساوي (1) .

ت- كلا المدخلين يساوي (1) .

ث- أحد المدخلين يساوي (0) .

4- ان اخراج بوابة NAND ذات المدخلين يساوي صفر في حالة:

أ- كلا المدخلين يساوي (1).

ب- كلا المدخلين يساوي (0).

ت- أحد المدخلين يساوي (0) .

ث- أحد المدخلين يساوي (1) .

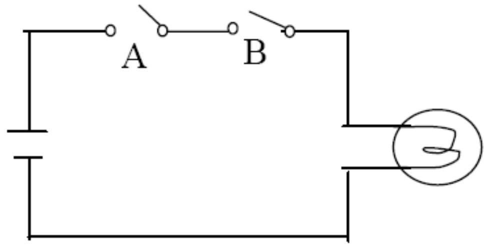
تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية:

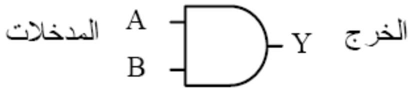
مقدمة

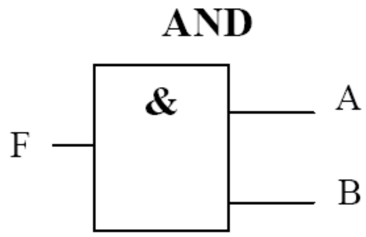
إن البوابة المنطقية (logic gate) هي وحدة البناء الأساسية في الأنظمة الرقمية. وحيث إن البوابات المنطقية تستخدم الأعداد الثنائية فإن هذه البوابات تسمى " البوابات المنطقية الثنائية ". إن كل الجهود المستخدمة في البوابات المنطقية تكون إما عالية (HIGH) أو منخفضة (LOW) وفي هذه الحقيبة فإن الجهد العالي (HIGH) سوف يعني الرقم الثنائي "1" في حين أن الجهد المنخفض(LOW) سوف يعني الرقم الثنائي "0" تذكر أن البوابات المنطقية هي دوائر إلكترونية ، وهذه الدوائر تستجيب فقط للجهود العالية وتسمى 1 أو الجهود المنخفضة وتسمى 0.

تبنى كل الأنظمة الرقمية باستخدام ثلاث بوابات منطقية أساسية فقط. هذه البوابات الأساسية هي بوابة " و " (AND gate) وبوابة " أو " (OR gate) وبوابة " النفي " (NOT gate) .

١ – **بوابة "و** – AND gate "







شكل (٢ -١) الدائرة الكهربائية لبوابة AND

شكل (٢ -٢) الرمز المنطقي لبوابة " و " AND

الخرج	الدخل	
المصباح	المفتاح	
Y	A	B
Off	off	off
Off	on	off
Off	off	on
On	on	on

جدول (١)

الخرج	الدخل	
Y	A	B
0	0	0
0	1	0
0	0	1
1	1	1

جدول (٢)

الدائرة الكهربائية كما بالشكل (١) توضح عمل البوابة " AND " و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح لا يضيء إلا إذا كان المفتاحان A & B مغلقين On في نفس الوقت وغير هذه الحالة لا يضيء المصباح . كما بجدول رقم (١) .

ونلاحظ أن بوابة "و" AND يكون الخرج لها مساوياً " 1" فقط إذا كان الدخلان A& B كلاهما مساوياً "1" ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة وهو موضح في جدول رقم (٢) .

كيفية بناء جدول الحقيقة :

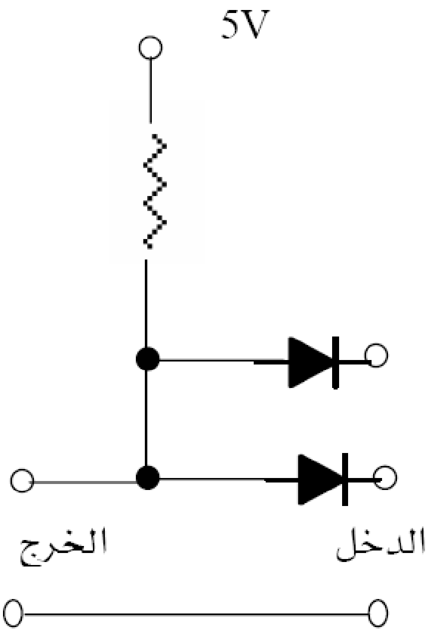
١ – تحدد احتمالات الدخل للبوابة عن طريق استخدام العلاقة :

عدد الاحتمالات = 2^n حيث n عدد مداخل البوابة .

٢ – عند كل حالة من حالات الدخل نحدد حالة الخرج المناظرة .

مثال : إذا كان عدد المداخل 2 فإن الاحتمالات = 2^n = 4 كما بالجدول رقم (١) . أما إذا كان n=3 فإن عدد الاحتمالات = 8

الدائرة ال إلكترونية لبوابة **AND** باستخدام الثنائيات



الشكل (٢ -٣)

الشكل (٣) يبين تمثيل بوابة "و" AND ذات مدخلين باستخدام الثنائيات وفي هذه الدائرة نجد أن :

- إذا كان الدخلان A&B "0" فإن الثنائيات ستكون في حالة انحياز أمامي وبالتالي جهد الخرج صفراً .
- إذا كان أحد الدخلين A , B "0" فإن الخرج يساوي صفراً لأن أحد الثنائيات يكون في حالة انحياز أمامي .
- إذا كان الدخلان A , B "1" فإن الثنائيات ستكون في حالة انحياز عكسي وبالتالي يون جهد الخرج مساوياً +5v أي منطقياً "1"

المعادلة البولية لبوابة **AND** " معادلة الجبر البولي لبوابة **AND**"

الجبر البولي Boolean Algebra هو أحد أشكال المنطق الرمزي والذي يبين كيفية عمل البوابات المنطقية والتعبير البولي هو وسيلة اختزال لتوضيح ما يحدث في الدائرة المنطقية .

معادلة لبوابة **AND** ذات مدخلين

$$A \cdot B = y$$

وتقرأ A و B تساوي الخرج Y أو Y=A and B

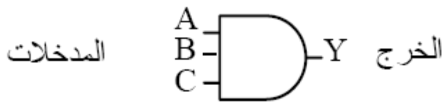
قوانين بوابة " و " **AND**

$$A \cdot 0 = 0$$
$$A \cdot 1 = A$$
$$A \cdot A = A$$
$$A \cdot \overline{A} = 0$$

نلاحظ وجود الشرطة فوق المتغير في القانون الأخير . وهذا يعني نفي المتغير A أو عكس A .

في أحوال كثيرة يكون للدائرة المنطقية ثلاثة مداخل أو أكثر. ويبين الشكل (٤ -أ) الرمز المنطقي لبوابة " و " ذات الثلاثة مداخل وتظهر المداخل الثلاثة على يسار الرمز (A,B,C)والخرج هو Y. كما يبين الشكل (٤ -ب) التعبير البولي للبوابة.

يبين جدول الصواب في الشكل (٤ – ج)الحالات الثمانية المحتملة باستخدام القانون السابق ونلاحظ مجدداً أن خرج البوابة " و " يكون 1 فقط إذا كانت جميع المداخل الثلاثة في الوضع 1.



(أ) الرمز المنطقي لبوابة "و "
AND ذات ثلاثة مداخل

ب) معادلة الجبر البولي ذات ثلاثة مداخل

$$A \cdot B \cdot C = Y$$

الدخل			الخرج
C	**B**	**A**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(ج) جدول الحقيقة لبوابة AND ذات ثلاثة مداخل

شكل (٢ -٤)

المخطط البياني الزمني لبوابة AND " الشكل الموجي لخرج البوابة "

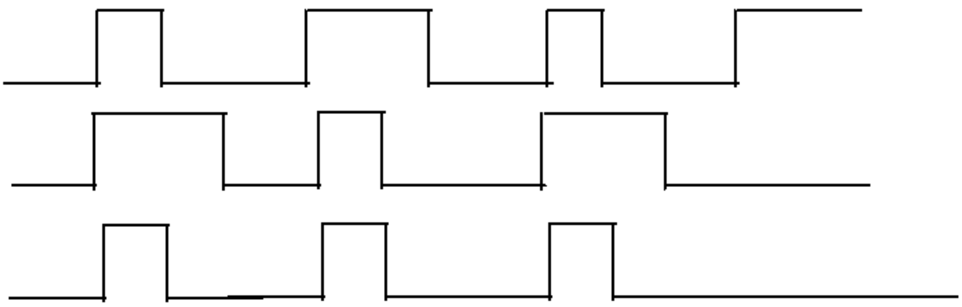
مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات المدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

الحل :

الدخل A

الدخل B

الخرج Y



مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات ثلاثة مداخل ، إذا كانت إشارات الدخل كما هو مبين في الشكل التالي :

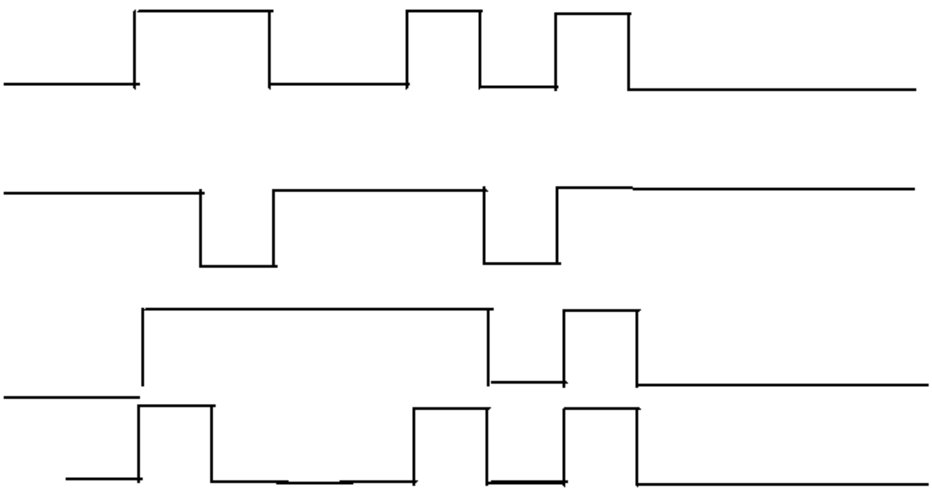
الحل :

الدخل A

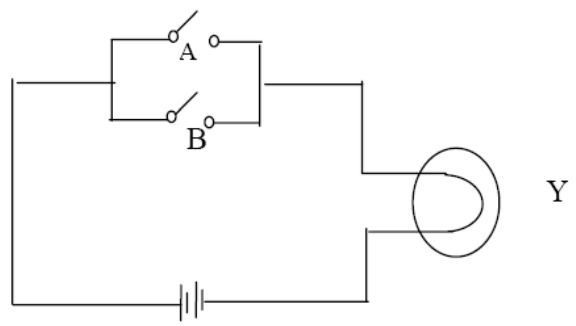
الدخل B

الدخل C

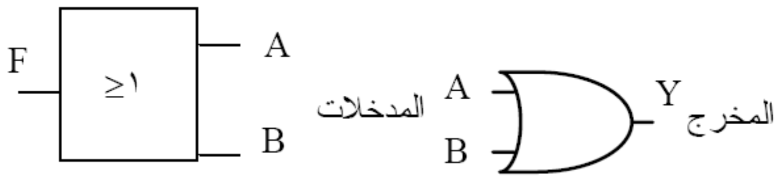
الخرج Y



٢– **بوابة "أو"** OR gate



شكل (٢ -٥) الدائرة الكهربائية لبوابة OR



شكل (٢ -٦) الرمز المنطقي لبوابة " أو " OR

الخرج	الدخل	
المصباح	المفتاح	
Y	A	B
Off	off	off
On	on	off
On	off	on
On	on	on

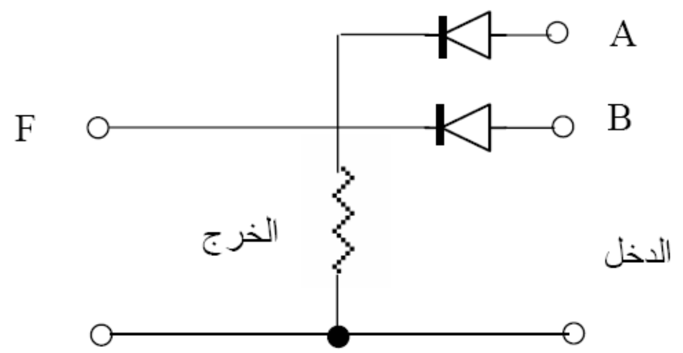
جدول (٣)

الخرج	الدخل	
Y	A	B
0	0	0
1	1	0
1	0	1
1	1	1

جدول (٤)

الدائرة الكهربائية كما بالشكل (٢ -٥) توضح عمل البوابة " OR " و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح يضيء إذا كان أحد المفتاحين A & B مغلق On أو كلاهما معاً . كما بجدول رقم (٣) ونلاحظ أن بوابة "أو" OR يكون الخرج لها مساوياً " 0" فقط إذا كان الدخلان A& B كلاهما مساوياً "0" وعدا ذلك يكون الخرج لها مساوياً " 1 " ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة كما هو موضح في جدول رقم (٤) .

الدائرة ال إلكترونية لبوابة OR باستخدام الثنائيات



شكل (٢-٧)

نلاحظ من الدائرة في الشكل (٢ -٧) ما يلي :

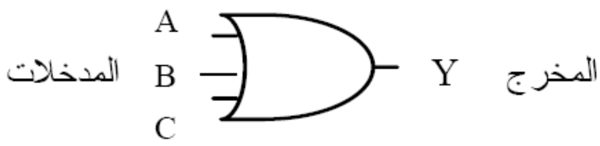
- إذا كان الدخلان A و B "0" تكون الثنائيات في حالة انحياز عكسي ويكون الخرج مساوياً الصفر ويكون المصباح غير مضيء . الخرج = 0
- إذا كان أحد الدخلين A و B "1" يكون الثنائيات في حالة انحياز أمامي ويكون جهد الخرج موجباً وبالتالي يضيء المصباح . الخرج = 1 .
- إذا كان الدخلان A و B "1" تكون الثنائيات في حالة انحياز أمامي ويكون جهد الخرج موجباً وبالتالي يضيء المصباح . الخرج = 1 .

معادلة الجبر البولي لبوابة OR

$$A + B = Y$$

وتقرأ A أو B تساوي Y وتقرأ A OR B = Y

مثال : إرسم الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل ؟ واكتب جدول الحقيقة لها .



الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

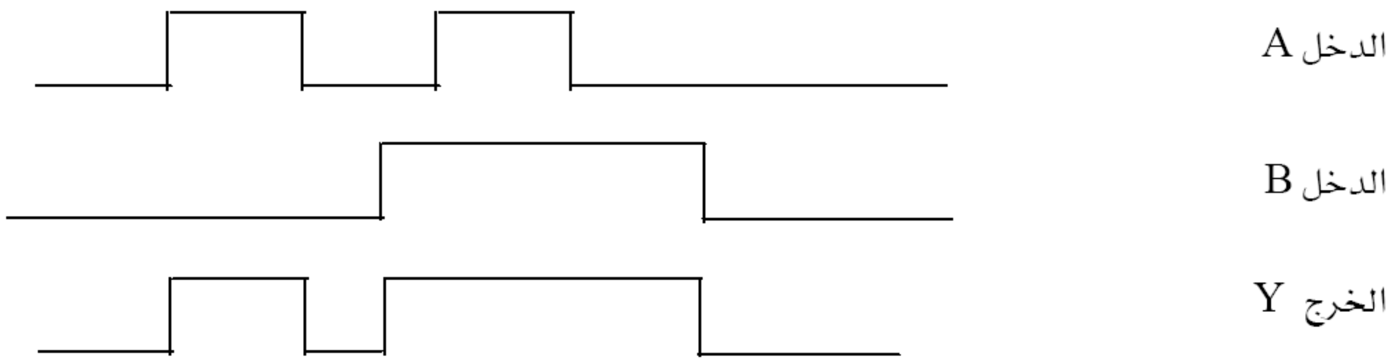
الدخل			الخرج
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

جدول الحقيقة لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

المخطط البياني الزمني لبوابة OR

مثال : ارسم المخطط البياني الزمني لبوابة OR ذات مدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح في الشكل التالي ، واكتب معادلة الجبر البولي الخاصة بها ؟

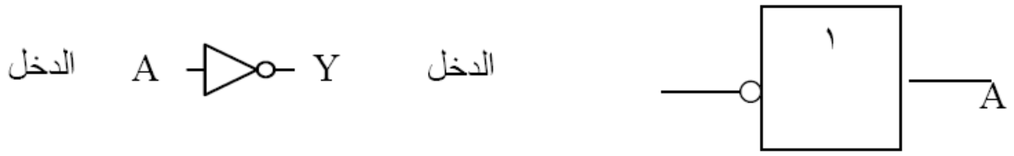
الحل :



معادلة الجبر البولي لبوابة OR ذات مدخلين $A + B = Y$

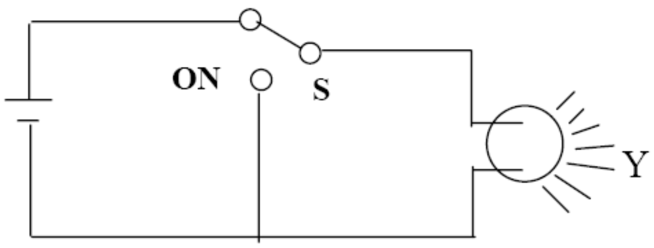
٣ – بوابة النفي NOT gate

NOT



الرمز المنطقي لبوابة **NOT**

الدائرة الكهربائية لبوابة النفي **NOT**

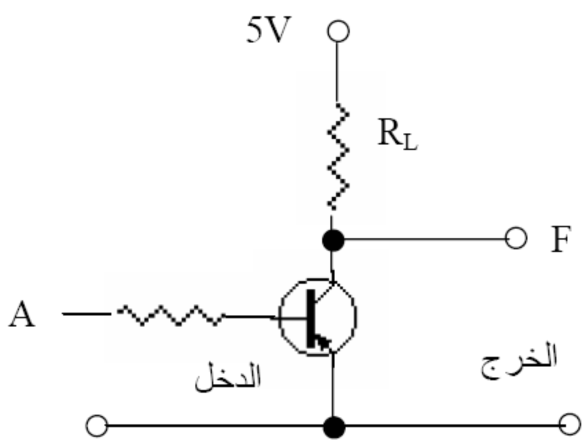


الدخل	الخرج
المفتاح	المصباح
A	Y
Off	on
on	off

شكل (٢ -٨) الدائرة الكهربائية لبوابة NOT .

من الشكل (٢ -٨) الذي يوضح عمل بوابة النفي NOT حيث تعكس إشارة الدخل إذا كان الدخل OFF يكون الخرج ON والعكس لذلك بوابة NOT تنفي الدخل . وهي بوابة لها دخل وخرج واحد .

الدائرة ال إلكترونية لبوابة **NOT** باستخدام الترانزيستور



الشكل (٢ -٩) دائرة NOT باستخدام ترانزيستور

في الدائرة المبينة بالشكل (٢ -٩) عند عدم وجود جهد عند الطرف A لا يمر تيار في الترانزيستور ويكون جهد الخرج 5V . وعند وضع جهد 5V عند الطرف A يمر تيار في القاعدة بالنسبة للترانزيستور وبالتالي يعمل الترانزيستور ويكون جهد الخرج تقريباً صفراً .
وهكذا فإن " صفر " عند الدخل تعطي " واحد " عند الخرج و "واحد " عند الدخل يعطي " صفر " عند الخرج ، وهذا هو عمل بوابة النفي NOT

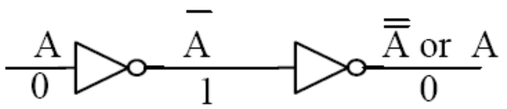
جدول الحقيقة لبوابة NOT

الخرج	الدخل
Y	A
1	0
0	1

معادلة الجبر البولي لبوابة NOT

$$Y = \overline{A}$$

إذا كان

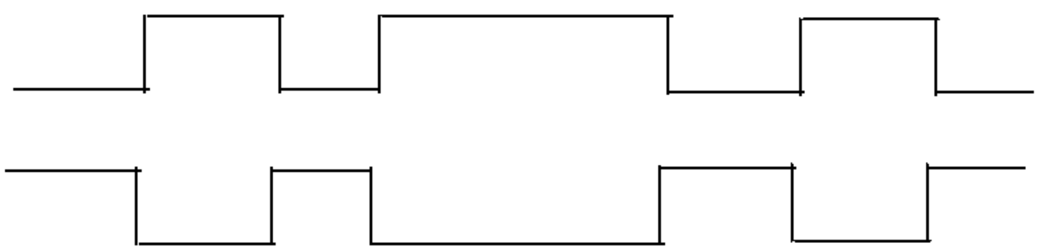


$A = 1 \qquad \overline{A} = 0 \qquad \therefore \quad \overline{\overline{A}} = 1$

المخطط البياني الزمني لبوابة NOT

مثال : ارسم الرسم البياني الزمني لخرج بوابة النفي NOT إذا كانت إشارة الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

الحل :



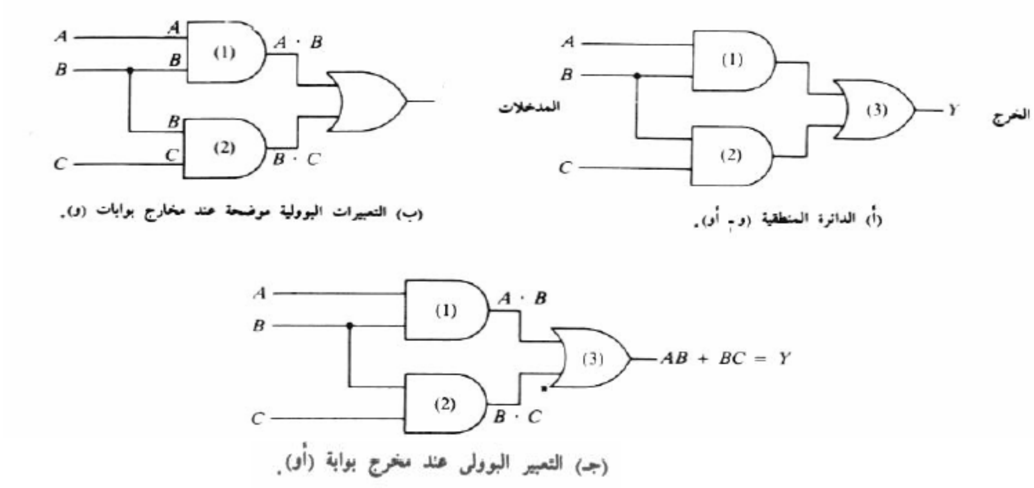
الدخل A

الخرج Y

تجميع البوابات المنطقية

تعتبر البوابات السابقة دراستها هي اللبنة الأساسية لبناء الدوائر المنطقية التي تؤدي وظائف معينة ويمكن تجميع البوابات المنطقية بأسلوب :

منطق " و – أو " "AND - OR gates "

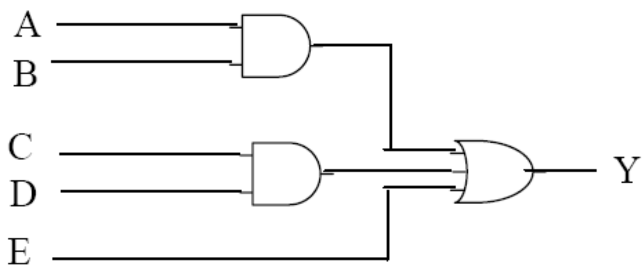


شكل (٢ – ١٠) تجميع البوابات المنطقية

مثال : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $Y = A . B + C .D + E$ باستخدام منطق " و – أو " .

الحل :

باستخدام منطق " و - أو " .



$$Y = A . B + C . D + E$$

أسئلة وتمارين

س ١ – اشرح بوابة AND مع رسم الرمز – الدائرة الكهربائية وكتابة جدول الحقيقة ومعادلة الجبر البولي ؟

س٢ : ارسم رمز بوابة OR والدائرة الكهربائية واشرح كيف تعمل البوابة ثم اكتب جدول الحقيقة ومعادلة الجبر البولي ؟

س٣ : ارسم المخطط الزمني لبوابة OR ذات مدخلين ؟

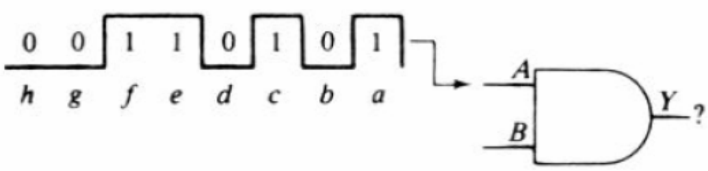
س٤ : ارسم بوابة NOT واشرح الدائرة ال إلكترونية لهذه البوابة مع الرسم ؟

س ٥ : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي التالي : $A \cdot B \cdot C \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} = Y$

س٦ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل(٢ – ١١)عندما يكون B :؟

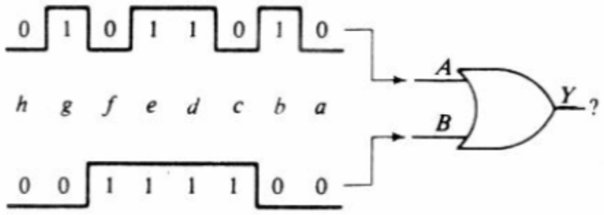
١ - B = 1

٢ - B = 0



شكل (٢ -١١) مسألة سلسلة النبضات

س٧ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل(٢ – ١٢)عندما يكون الدخل كما هو موضح؟

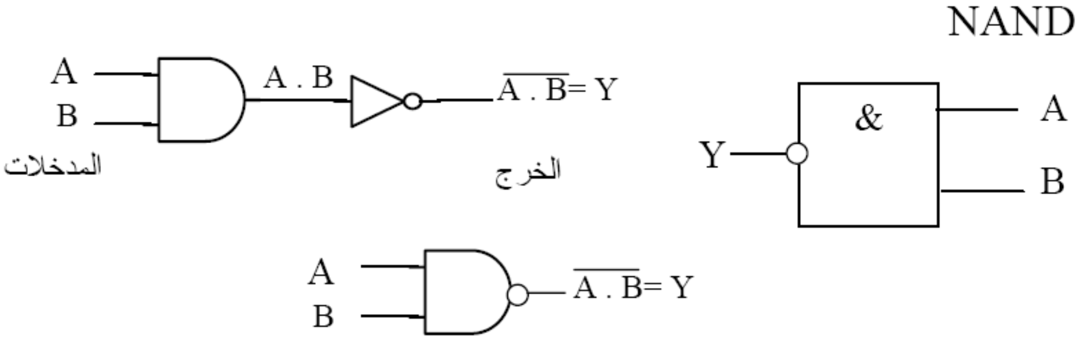


شكل (٢ -١٢) مسألة سلسلة النبضات

إن النظم الرقمية شديدة التعقيد، مثل الحاسبات الكبيرة ، يتم بناؤها بواسطة البوابات المنطقية الأساسية. وتعتبر بوابات " و " ، " أو " و النفي هي البوابات الأساسية ومن هذه النبائط الأساسية يمكن أن تصنع أربع بوابات منطقية مفيدة أخرى. وتسمى هذه البوابات الأخرى : بوابة " نفي و " (NAND)، وبوابة نفي أو " (NOR) وبوابة أو الاستثنائية (Exclusive OR) ، وبوابة نفي أو الاستثنائية Exclusive NOR.

١ - **بوابة نفي و** NAND gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٣ - ١) . ففيه بوابة " و " قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم ضرب المداخل A,B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A.B) .ثم تعكس عن طريق بوابة النفي ، لذا نلاحظ أن الشرطة العليا " ____ " قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي و" (NAND) .



شكل (٣ - ١) الرمز المنطقي لبوابة نفي " و"

يظهر الرمز المنطقي المستخدم لبوابة " نفي و " في أسفل شكل (٣ - ١). لاحظ أن رمز " نفي و " هو رمز بوابة " و " مع إضافة دائرة صغيرة عند المخرج. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة العاكسة.

معادلة الجبر البولي لبوابة NAND

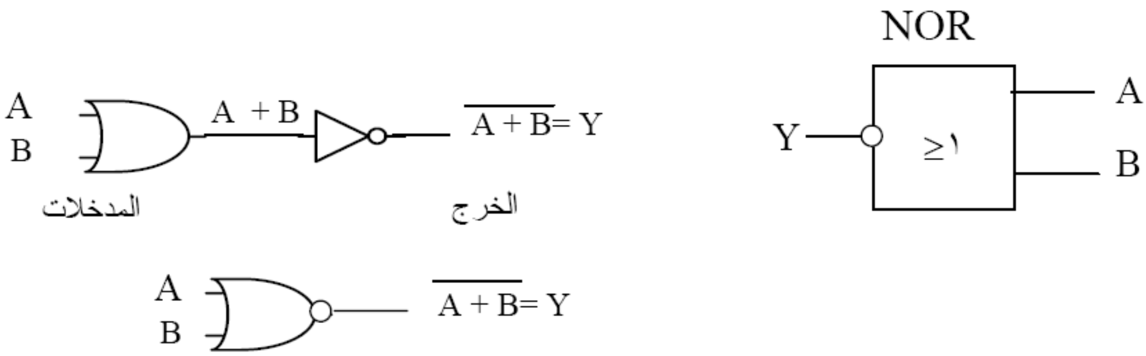
$$Y = \overline{A\,.\,B}$$

جدول الحقيقة " الصواب " لبوابة NAND

الخرج	الدخل	
Y	A	B
1	0	0
1	1	0
1	0	1
0	1	1

٢ - بوابة "نفي أو" NOR gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٣ -٢) . ففيه بوابة "أ و" قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم جمع المداخل A,B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A+ B) .ثم تعكس عن طريق بوابة النفي ،لذا نلاحظ أن الشرطة العليا "_____" قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي " أ و"(NOR)



شكل (٣ -٢) الرمز المنطقي لبوابة نفي "أ و"

يظهر الرمز المنطقي المستخدم لبوابة " نفي أو " في أسفل شكل (٣ - ٢). لاحظ أن رمز " نفي أو " هو رمز بوابة " أو " مع إضافة دائرة صغيرة عند المخرج. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة العاكسة.

معادلة الجبر البولي للبوابة :

$$Y = \overline{A + B}$$

جدول الحقيقة لبوابة NOR

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

٣ – بوابة " أو " الاستثنائية Exclusive OR gate = EXOR

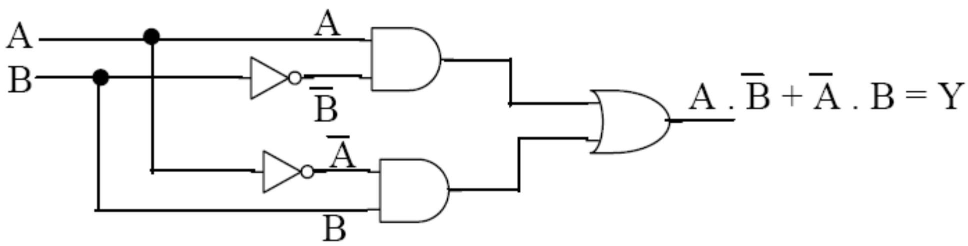
تسمى هذه البوابة بالمقارنة كما يشار إليها بأنها بوابة " أيهما وليس كليهما " حيث تعطي خرج حقيقي "1" عند اختلاف مستويات الدخل وما عد ذلك يكون الخرج "0" وتسمى كذلك بوابة XOR

شكل (٣ -٣) الرمز المنطقي لبوابة "أ و"الاستثنائية

معادلة الجبر البولي EXOR

$$Y = A \oplus B \longrightarrow Y = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

تمثيل بوابة XOR ببوابات AND و OR و NOT

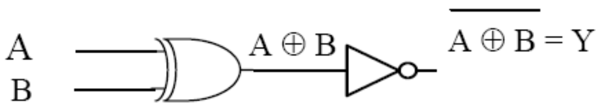


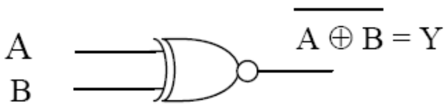
جدول الحقيقة " الصواب "

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

٤ - بوابة نفي أو الاستثنائية EXNOR

يتم في شكل (٣ – ٤) عكس خرج بوابة " أو الاستثنائية ". ويسمى خرج العاكس (بوابة النفي) على اليمين بدالة "نفي أو الاستثنائية" ويرمز لها بالرمز EXNOR . لذا فمما سبق عرفنا أن بوابة أو الاستثنائية تنتج التعبير البولي $A \oplus B = Y$ وبعكس هذا التعبير نحصل على $\overline{A \oplus B} = Y$.
وهي لا تعطي خرج حقيقي "1" إلا عند اتفاق مستويات الدخل وما عدا ذلك يكون الخرج "0" وتسمى كذلك بوابة XOR





شكل (٣ -٤) الرمز المنطقي لبوابة نفي "أ و"الاستثنائية

معادلة الجبر البولي EXOR

$$Y = \overline{A \oplus B}$$

جدول الحقيقة " الصواب "

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- ان بوابة AND مكافئة لعمل ....

أ- مفاتيح مربوطة على التوالي.

ب- مفاتيح مربوطة على التوازي.

2- ان اخراج بوابة XOR ذات المدخلين يساوي (1) في حالة :

أ- أن يكون كلا المدخلين ذو فولتية عالية .

ب- أن يكون كلا المدخلين ذو فولتية واطئة.

ت- أن يكون أحدهما ذو فولتية واطئة والاخر ذو فولتية عالية.

ث- أن يكون كلا المدخلين متساويي الفولتية .

3- ان الاشارة الخارجة من بوابة النفي (NOT) التي اشارة ادخالها 10100 هي :

أ- (01111) .

ب- (10101) .

ت- (01011) .

ث- (01011)

4- ان العمل الاساسي لبوابة النفي هو :

أ- وقف الاشارة الخارجة .

ب- عكس الاشارة الداخلة .

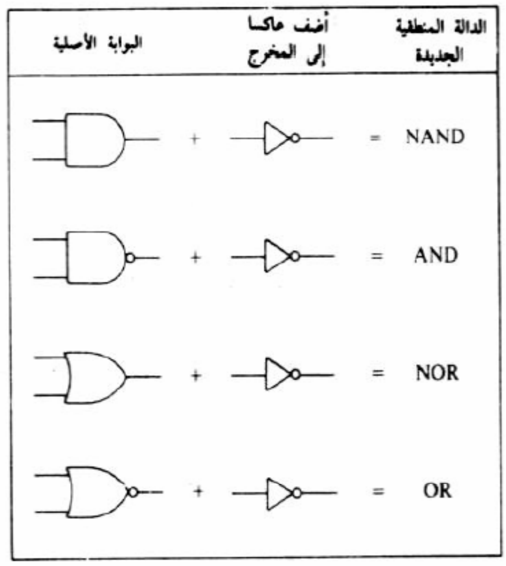
ت- جعل الاشارة الخارجة تساوي (0) فولت .

ث- تصفير قيمة الاشارة الخارجة من (1) الى (0) فولت.

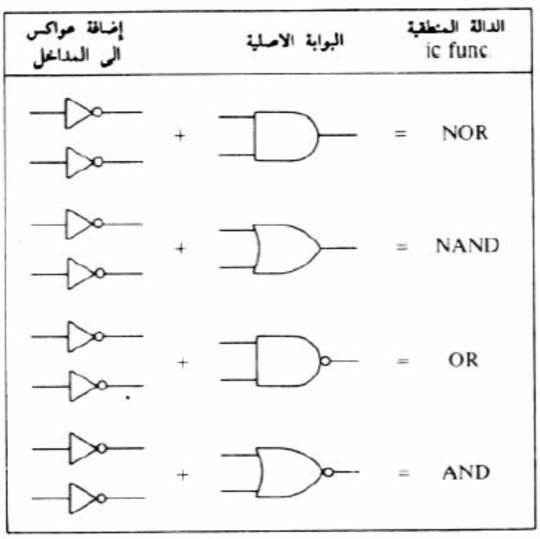
تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

تحويل البوابات باستخدام العواكس

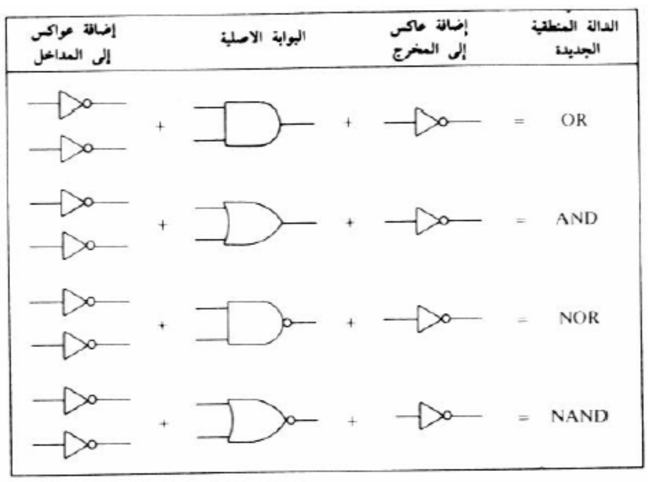
عند استعمال البوابات المنطقية تظهر الحاجة إلى التحويل إلى دالة منطقية أخرى. والطريقة السهلة للتحويل هي استخدام عواكس (بوابات النفي) على مداخل أو مخارج البوابات. وقد أوضحنا كيف أن عاكساً يوصل بمخرج بوابة " و " ينتج دالة " نفي و " لذا فالجداول التالية توضح هذة التحويلات.



شكل(٣–٥)تأثير عكس مخارج البوابات



شكل (٣ – ٦) تأثير عكس مداخل البوابات



شكل (٣ – ٧) تأثير عكس مداخل ومخارج البوابات

تجميع البوابات المنطقية

تعتبر البوابات التي سبق دراستها هي اللبنة الأساسية لبناء الدوائر المنطقية التي تؤدي وظائف معينة ويمكن تجميع البوابات المنطقية بأسلوبين أو طريقتين :

١ – منطق " و – أو "   "AND - OR gates "

٢ – منطق " نفي و "   "NAND gates "

ويعتبر المنطق الثاني هو الأكثر استخداماً

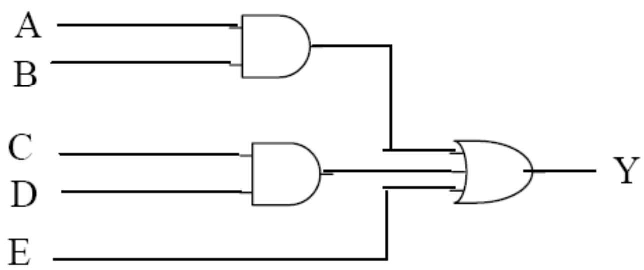
مثال : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $Y = A . B + C .D + E$

أولا : باستخدام منطق " و – أو " .

ثانيا : باستخدام منطق " نفي و " .

الحل :

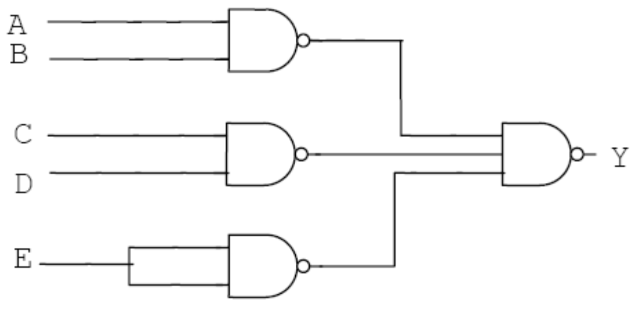
١ – باستخدام منطق " و - أو " .



$$F = A . B + C . D + E$$

٢ – باستخدام منطق " نفي و "

استبدال كل البوابات في المنطق السابق ببوابات " نفي و " NAND



$$Y = A . B + C . D + E$$

أسئلة وتمارين

س١ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي و (NAND) ذات الأربعة مداخل؟

س٢ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي أو (NOR) ذات الأربعة مداخل؟

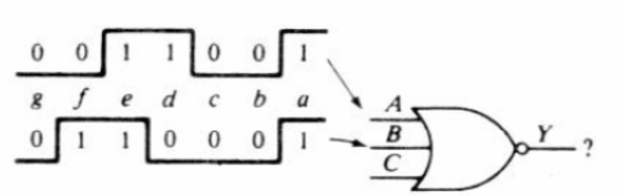
س٣ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة أو الاستثنائية(EXOR) ذات الأربعة مداخل؟

س٤ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي أو الاستثنائية(EXNOR) ذات الأربعة مداخل؟

س٥ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل (٣ – ٨)عندما يكون الدخل C:

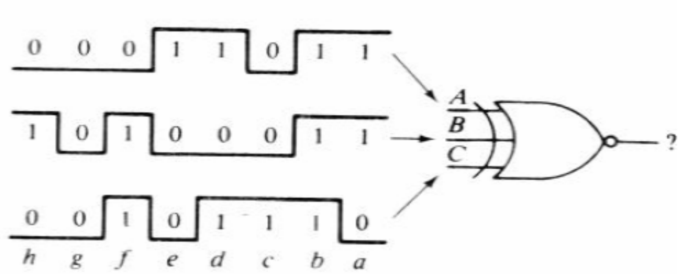
١ - C = 1 دائماً

٢ - C = 0 دائماً



شكل (٣ -٨) مسألة سلسلة النبضات

س٦ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة من بوابة نفي أو الاستثنائية في الشكل (٣ – ٩)



شكل (٣ -٩) مسألة سلسلة النبضات

س٧ : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}=Y$ مستخدماً عواكس،بوابات " و" وبوابة "أو " واحدة؟

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) ، تكون قيمة الاخراج(Y=0) وبخلاف ذللك تكون (Y=1) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- AND .

ب- OR .

ت- NAND .

ث- XNOR .

2- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) و(A=B=1) تكون قيمة الاخراج(Y=1) وبخلاف ذللك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- XNOR .

3- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) تكون قيمة الاخراج(Y=1) وبخلاف ذللك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- XNOR .

4- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل(A=B=1) تكون قيمة الاخراج (Y=1) وبخلاف ذللك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- NAND .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت	1	أ	1	ب
2	ب	2	ت	2	ث
3	أ	3	ت	3	أ
4	أ	4	ب	4	ث
5		5		5	
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	
10		10		10	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.
2- Digital Principles &Application
3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))
4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))
5- Modern Digital electronics (R.P.Jain
6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

(المحاضرتان الثامنة و التاسعة) : الجبر البوليني (Boolean Algebra)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

لقد وضعت قوانين وقواعد جبر بولين (Boolean Algebra) لتسهيل تحليل وتبسيط وتصميم الدوائر المنطقية

لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب البديهيات والعلاقات الجبرية المنطقية وكيفية استخدامها في تبسيط وتصميم الدوائر والمعادلات المنطقية المختلفة .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : العلاقات الجبرية البولينية ونظريتا دي موركان.

ثانيا : تبسيط الدوال المنطقية باستخدام قوانين ونظريات الجبر البوليني .

ثالثا : ايجاد جدول الحقيقة لدوائر تستخدم بوابات مختلفة .

رابعا :كتابة المعادلة المنطقية من جدول الواقع –اما باستخدام نتاج المجموع او مجموع النتاج .

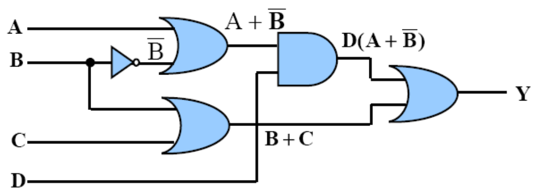
د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية استخدام قوانين ونظريات الجبر البوليني في تبسيط الدوال المنطقية المختلفة .
- يستنتج معادلات الاخراج لدوائر منطقية مختلفة
- يتعرف على كيفية تنفيذ البوابات المختلفة باستخدام نوع واحد من البوابات (NOR أو NAND)

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

1- أكتب معادلة أخرج الدائرة المنطقية التالية :



2- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية :

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,C + A\,\overline{B}\,C$$

3- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة التالية : $Y = \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني : $Y = A\,B + A\,(A + C) + B\,(A + C)$

5- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة المعادلة المبسطة في السؤال السابق .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية:

التعبير البوليني لدائرة منطقية The Boolean Expression for a Logic Circuit.

لاستنتاج التعبير البوليني لأي دائرة منطقية، نبدأ من المدخلات في أقصى اليسار متجهين إلى الخرج النهائي للدائرة وذلك بكتابة الخرج لكل بوابة. وكمثال على ذلك، نفترض الدائرة المنطقية الموضحة في شكل (٢ -١٨). ويمكن استنتاج التعبير البوليني لهذه الدائرة كما يلي:

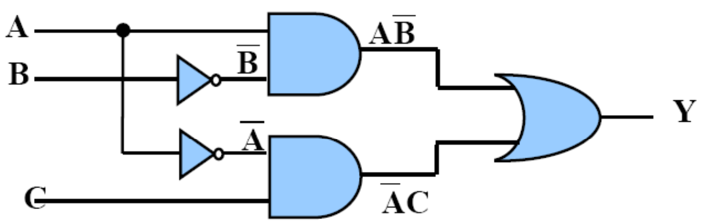
١. التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها الدخلان $A, \overline{B}$ هو $A\overline{B}$.

٢. التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها الدخلان $C, \overline{A}$ هو $\overline{A}C$.

٣. ويكون التعبير البوليني لبوابة OR والتي لها الدخلان $A\overline{B}, \overline{A}C$ هو $A\overline{B} + \overline{A}C$.

وعلى ذلك يكون الخرج النهائي للدائرة هو:

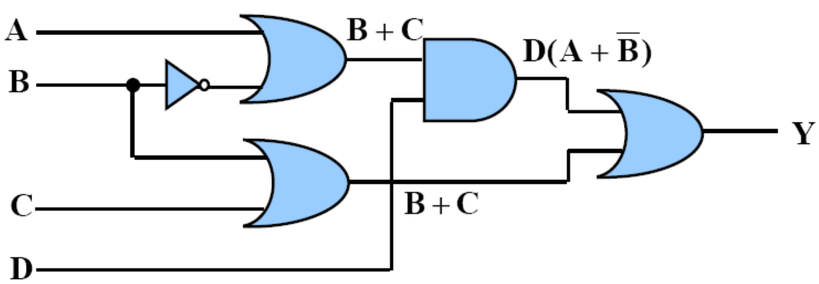
$$Y = A\overline{B} + \overline{A}C$$



شكل (٢ -١٨) دائرة منطقية تبين كيفية استنتاج التعبير البوليني للخرج.

مثال (٢ -٢): اكتب التعبير البوليني للدائرة المنطقية الموضحة في شكل (٢ -١٩).

الحل:



شكل (٢ -١٩) الدائرة المنطقية لمثال (٢ -٢) وتبين كيفية الحصول على التعبير البوليني للخرج.

ويكون التعبير البوليني لخرج الدائرة النهائي هو:

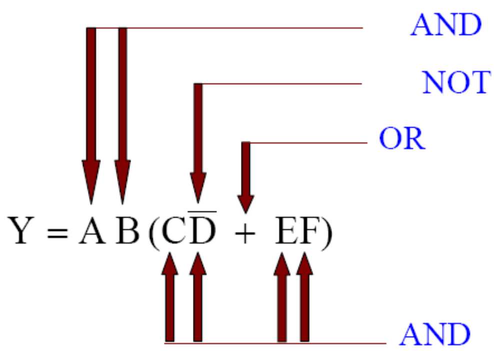
$$Y = D(A+\overline{B}) + (B+C)$$

تمثيل دائرة منطقية باستخدام التعبير البوليني
Implementation of a Logic Circuit Using a Boolean Expression :

عن طريق بعض الأمثلة التوضيحية سوف نناقش الآن كيف يمكن تمثيل دائرة منطقية ما بمعلومية التعبير البوليني لها. لنفترض الآن أننا نريد تمثيل التعبير البوليني الآتي:

$$Y = AB(C\overline{D} + EF)$$

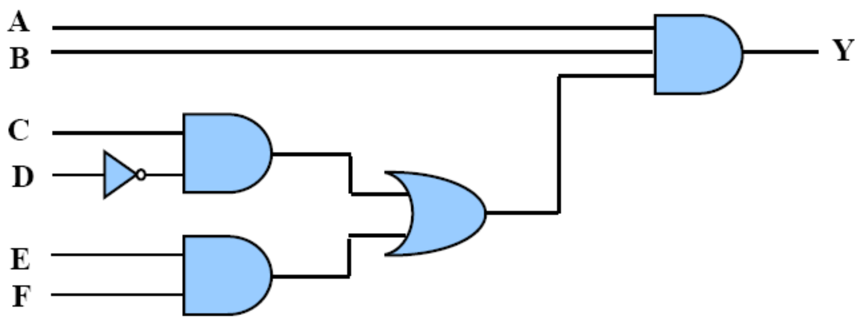
عند تقسيم هذا التعبير البوليني نجد أن المتغيرات $A,\ B$ ثم $(C\overline{D} + EF)$ تمثل ثلاث مدخلات لبوابة AND، والمتغير $(C\overline{D} + EF)$ يمكن تشكيله بأخذ $C, \overline{D}$ على دخلي بوابة AND، وأخذ E,F على دخلي بوابة AND أخرى، ثم نأخذ كل من خرج البوابتين AND على دخلي بوابة OR. ويمكن توضيح عملية التقسيم السابقة كالآتي:



قبل أن نبدأ في تمثيل هذا التعبير البوليني يجب أولا الحصول على الحد $(C\overline{D} + EF)$؛ ولكن قبل الحصول على هذا الحد علينا الحصول على الحدين $C\overline{D}, EF$؛ ولكن قبل ذلك يجب الحصول على المتغير $\overline{D}$، وبذلك كما نرى هناك سلسلة من العمليات المنطقية يجب أن تتم على الترتيب. وعلى ذلك فإن البوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني $AB(C\overline{D} + EF)$ هي:

١. بوابة NOT لتمثيل المتغير $\overline{D}$.
٢. بوابتي AND لكل منهما مدخلان لتمثيل الحدين $C\overline{D}, EF$.
٣. بوابة OR ذات مدخلين لتمثيل الحد $(C\overline{D} + EF)$.
٤. بوابة AND لها ثلاثة مدخلات لتمثيل الخرج النهائي Y.

والدائرة المنطقية التي تمثل التعبير البوليني السابق موضحة في شكل (2 -20).



الشكل (2 -20) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $AB(C\overline{D}+EF)$.

2 -11 تمثيل الدائرة المنطقية من خلال جدول الحقيقة

Implementation of a Logic Circuit via a Truth Table

سوف نتعرف في هذا الجزء على كيفية تمثيل دائرة منطقية من خلال جدول الحقيقة الخاص بها بدلا من التعبير البوليني، حيث يمكن لنا كتابة التعبير البوليني من جدول الحقيقة ومن ثم تمثيل الدائرة المنطقية. جدول (2 -12) يبين جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما، والمراد تمثيل هذه الدائرة والتي تحقق هذا الجدول. يمكن الحصول على التعبير البوليني من جدول الحقيقة كما يلي:

1. نحدد من جدول الحقيقة تشكيلة المدخلات التي تعطي الخرج $Y = 1$، ففي الصف الثالث من الجدول نجد أن الخرج $Y = 1$ حيث قيمة المدخلات هي $A = 0, B = 1, C = 0$، وتكتب بالتعبير البوليني على الشكل $\overline{A}B\overline{C}$ حيث يكتب المتغير برمزه إذا كان يساوي (1)، ويكتب بعكس رمزه إذا كان يساوي (0)، وبالمثل فإن الخرج يساوي (1) في الصف السابع من الجدول والذي يكتب بالتعبير البوليني على الشكل $AB\overline{C}$.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

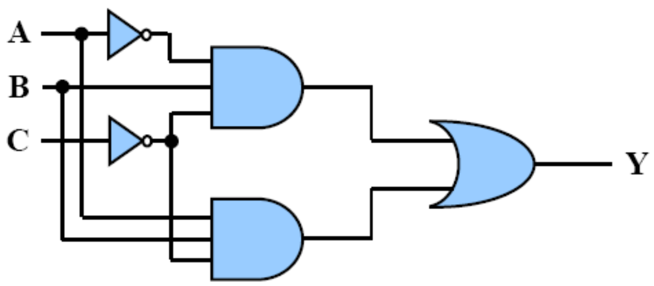
الجدول (2 -12) جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما يراد تمثيلها.

2. بتجميع التعبيرات البولينية التي تعطي الخرج $Y = 1$ عن طريق بوابة OR نحصل على:

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$$

الحد الأول في التعبير البوليني السابق $\overline{A}B\overline{C}$ يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة $\overline{A}, B, \overline{C}$ على بوابة AND، والحد الثاني من التعبير البوليني $AB\overline{C}$ يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة $A, B, \overline{C}$ على بوابة AND، وبتجميع الحدين الأول والثاني على بوابة OR يمكننا الحصول على التعبير البوليني للخرج Y.

والبوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني السابق هي: بوابتان NOT لتمثيل كل من المتغيرين $\overline{A}, \overline{C}$؛ بوابتان AND ذات ثلاثة مدخلات لتمثيل الحدين $\overline{A}B\overline{C}$ ، $AB\overline{C}$ ، وبوابة OR بدخلين لنحصل منها على دالة الخرج النهائي $\overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$ ، والدائرة المنطقية التي تمثل هذا التعبير البوليني موضحة في شكل (2 -21).



الشكل (2 -21) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\overline{\mathbf{C}} + \mathbf{A}\mathbf{B}\overline{\mathbf{C}}$.

مثال (2 -3): استنتج الدائرة المنطقية المطلوبة لتمثيل جدول الحقيقة الموضح في جدول (2 -13).

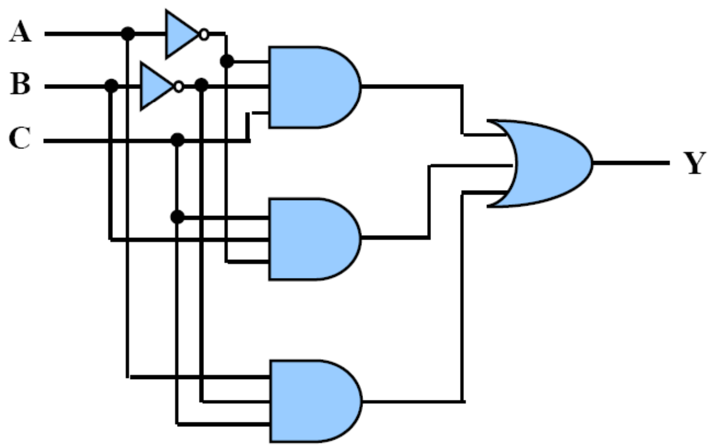
المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

الجدول (2 -13) جدول الحقيقة للدائرة المنطقية المراد تمثيلها.

الحل: التعبير البوليني لجدول الحقيقة المبين يمكن كتابته عن طريق تجميع الحدود التي تعطي الخرج Y = ١ (الحدود المظللة بالجدول) على بوابة OR كما يلي:

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C$$

ويكون التمثيل النهائي للدائرة كما هو موضح بشكل (٢ -٢٢).



شكل (٢ -٢٢) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C$.

تحويل التعبير البوليني إلى جدول الحقيقة

Converting a Boolean Expression to a Truth Table :-

جدول الحقيقة ببساطة هو عبارة عن قائمة بالتشكيلات المحتملة لعدد المتغيرات وقيم الخرج المقابلة لها (٠ or١). وللتعبير البوليني المحتوي على متغيرين، هناك أربع تشكيلات مختلفة (٤ = $٢^٢$)، وللتعبير المحتوي على ثلاثة متغيرات، هناك ثماني تشكيلات مختلفة (٨ = $٢^٣$)، وهكذا.

لعمل جدول الحقيقة للتعبير البوليني، نبدأ بكتابة التشكيلات المختلفة حسب عدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني ثم نضع (١) في عمود الخرج (Y) لكل حد موجود في التعبير البوليني، ونضع (٠) أمام الحدود المتبقية، والمثال التالي يوضح ذلك.

مثال (2 -4): استنتج جدول الحقيقة للتعبير البوليني:

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C} + ABC$$

الحل: هناك ثلاثة متغيرات (A وB وC) في التعبير البوليني المعطى، وبالتالي فهناك ثمانية احتمالات أو تشكيلات مختلفة لهذه المتغيرات كما هو موضح بالأعمدة الثلاثة على اليسار في الجدول (2 -14).

القيم الثنائية لكل حد من الحدود الأربعة في التعبير البوليني هي:

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C} = 000,\ \overline{A}B\overline{C} = 010,\ AB\overline{C} = 110,\ ABC = 111$$

أمام كل من هذه القيم الثنائية يوضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح بالجدول، ولكل التشكيلات الثنائية المتبقية يوضع (0) في عمود الخرج (Y).

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (2 -14) جدول الحقيقة للتعبير البوليني $\mathbf{Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + ABC}$.

قواعد الجبر البوليني Rules of Boolean Algebra

جدول (3 -1) يبين القواعد الأساسية للجبر البوليني والتي تستخدم في تناول وتبسيط التعبيرات البولينية.

1. $A + 0 = A$	2. $A + 1 = 1$
3. $A \bullet 0 = 0$	4. $A \bullet 1 = A$
5. $A + A = A$	6. $A + \overline{A} = 1$
7. $A \bullet A = A$	8. $A \bullet \overline{A} = 0$
9. $\overline{\overline{A}} = A$	10. $A + AB = A$

الجدول (3 -1) القواعد الأساسية للجبر البوليني.

والآن سوف نرى كيفية تحقيق هذه القواعد وذلك من خلال تطبيقها على البوابات المنطقية التي سبق دراستها.

<u>القاعدة (1): A + 0 = A</u> هذه القاعدة يمكن فهمها بملاحظة ماذا يحدث عندما يكون أحد الدخلين لبوابة OR دائماً يساوي (0) والدخل الآخر، A، والذي يمكن أن يأخذ القيمة (1) أو (0). فإذا كان A=1 فإن الخرج يساوي (1) والذي يساوي A. وإذا كان A=0 فإن الخرج يساوي (0) وهو أيضا يساوي A. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (0) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير.

<u>القاعدة (2): A + 1 = 1</u> هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة OR دائماً يساوي (1) والدخل الآخر، A، والذي يأخذ القيمة (1) أو القيمة (0). وجود (1) على أحد الدخلين لبوابة OR يعطي دائماً خرجاً يساوي (1) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (1) فإن الخرج دائماً يساوي (1).

القاعدة (3): $A \bullet 0 = 0$ هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة AND دائماً يساوي (0) والدخل الآخر، A، فإن الخرج دائما يساوي (0) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع (0) فإن الخرج دائماً يساوي (0).

القاعدة (4): $A \bullet 1 = A$ هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة AND دائماً يساوي (1) والدخل الآخر، A، فإن الخرج يساوي قيمة المتغير (A)، فإذا كان المتغير A=0 فإن خرج البوابة AND يساوي (0)، وإذا كان المتغير A=1 فإن خرج البوابة AND يساوي (1) لأن الدخلين الآن قيمتهما تساوي (1). وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع (1) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير.

القاعدة (5): $A + A = A$ مفهوم هذه القاعدة أنه إذا كان كل من الدخلين للبوابة OR عليهما نفس المتغير A، فإن الخرج يكون قيمة هذا المتغير. فإذا كان المتغير $A = 0$ فذلك يعني $0 + 0 = 0$، وإذا كان المتغير $A = 1$ فهذا يعني $1 + 1 = 1$.

القاعدة (6): $A + \overline{A} = 1$ يمكن شرح هذه القاعدة كالتالي: إذا دخل متغير A على أحد دخلي بوابة OR والمتغير $\overline{A}$ على المدخل الآخر لنفس البوابة فإن الخرج دائماً يساوي (1). إذا كانت A=0 يكون $0+\overline{0}=0+1=1$. وإذا كانت $A = 1$ يكون $1+\overline{1}=1+0=1$.

القاعدة (7): $A \bullet A = A$ إذا دخل المتغير A على دخلي البوابة AND فإن الخرج يكون قيمة هذا المتغير. فإذا كان المتغير $A = 0$ فذلك يعني $0 \bullet 0 = 0$، وإذا كان المتغير $A = 1$ فهذا يعني $1 \bullet 1 = 1$، وفي كلتا الحالتين يكون خرج البوابة AND يساوي قيمة المتغير A.

القاعدة (8): $A \bullet \overline{A} = 0$ إذا دخل متغير A على أحد دخلي بوابة AND والمتغير $\overline{A}$ على المدخل الآخر لنفس البوابة فإن الخرج دائماً يساوي (0)، وهذا من السهل فهمه لأن أحد الدخلين A أو $\overline{A}$ سوف يساوي (0) دائماً، وعندما يوجد (0) على أحد دخلي بوابة AND فمن المؤكد أن الخرج يساوي (0) أيضاً.

القاعدة (9): $\overline{\overline{A}} = A$ إذا تم عكس متغير مرتين تكون النتيجة هى قيمة هذا المتغير. إذا كان المتغير $A = 0$ وتم عكسه نحصل على (1)، فإذا تم عكس (1) مرة أخرى نحصل على (0) وهو يساوي قيمة المتغير الأصلي.

القاعدة (10): يمكن تحقيق هذه القاعدة باستخدام القاعدة (2) والقاعدة (4) كالآتي:

$$\begin{aligned} A + AB &= A\,(1 + B) \\ &= A\,(1) \\ &= A \end{aligned}$$

نظريات ديموجان Demorgan's Theorems

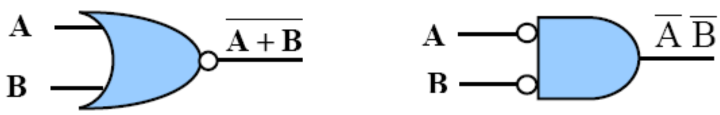
نظريات ديمورجان تعتبر جزءاً هاماً من الجبر البوليني ، فهذه النظريات تستخدم لتحويل التعبيرات الجبرية من وضعية AND الأساسية إلى وضعية OR وبالعكس. كما تسمح لنا بحذف العلامات الفوقية (bars) من المتغيرات المتعددة ، ويمكن كتابة نظريتي ديمورجان لمتغيرين على الشكل التالي:

نظرية ديمورجان الأولى: $\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$

نظرية ديمورجان الثانية: $\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$

النظرية الأولى تغير من وضعية OR الأساسية إلى وضعية AND كما هو موضح في شكل (3 -1) حيث تكافئ البوابة NOR في الطرف الأيسر البوابة AND ولكن بمدخلين معكوسين في الطرف الأيمن حيث تقوم الدائرة الصغيرة في المدخل مقام بوابة العاكس.

ويمكن إثبات هذه النظرية عن طريق جدول الحقيقة كما هو مبين في الجدول (3 -2). يطلق على البوابة التي في الطرف الأيمن اسم بوابة AND السالبة (negative AND).



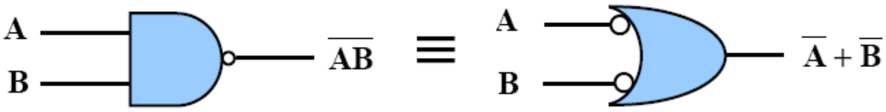
الشكل (3 -1) التغير من وضعية OR إلى وضعية AND.

المدخلات		الخرج	
A	**B**	$\overline{A + B}$	$\overline{A} \bullet \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

الجدول (3 -2) اثبات نظرية ديمورجان الأولى.

وتغير النظرية الثانية من وضعية AND الأساسية إلى وضعية OR كما هو موضح في شكل (3 -2) حيث تكافئ البوابة NAND في الطرف الأيسر البوابة OR بمدخلين معكوسين في الطرف الأيمن (تقوم الدائرة الصغيرة في الدخل مقام بوابة العاكس) ، ويمكن أيضاً إثبات هذه النظرية عن

طريق جدول الحقيقة المبين في الجدول (3 -3). ويطلق أيضاً على البوابة التي على اليسار اسم بوابة OR السالبة (negative OR).



الشكل (3 -2) التغير من وضعية AND إلى وضعية OR.

المدخلات		الخرج	
A	**B**	$\overline{A \bullet B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

الجدول (3 -3) إثبات نظرية ديمورجان الثانية.

نظريات ديمورجان يمكن تطبيقها أيضاً على التعبيرات البولينية والتي لها أكثر من متغيرين. والأمثلة الآتية توضح كيفية تطبيق نظريات ديمورجان على ثلاثة متغيرات وأربعة متغيرات.

مثال (3 -1): طبق نظريات ديمورجان على التعبير البوليني التالي:

$$Y=\overline{(A+\overline{B}+\overline{C})\bullet(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

الحل:

$$\begin{aligned}
Y &= \overline{(A+\overline{B}+\overline{C})\bullet(\overline{A}+B+\overline{C})} \\
&= \overline{(A+\overline{B}+\overline{C})}+\overline{(\overline{A}+B+\overline{C})} \\
&= \overline{A}\,\overline{\overline{B}}\,\overline{\overline{C}}+\overline{\overline{A}}\,\overline{B}\,\overline{\overline{C}} = \overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,C
\end{aligned}$$

مثال (3 -2): طبق نظريات ديمورجان على التعبير البوليني التالي:

$$Y = \overline{(\overline{A} + B) + CD}$$

الحل:

$$\begin{aligned} Y &= \overline{(\overline{A} + \overline{B}C) + B\overline{(A + \overline{C})}} \\ &= \overline{(\overline{A} + \overline{B}C)} \bullet \left(\overline{B\overline{(A + \overline{C})}}\right) \\ &= A\overline{(\overline{B}C)} \bullet \left(\overline{B} + \overline{\overline{(A + \overline{C})}}\right) \\ &= A(B + \overline{C})(\overline{B} + A + \overline{C}) \end{aligned}$$

تبسيط التعبيرات البولينية باستخدام الجبر البوليني

Simplification of Boolean Expressions Using Boolean algebra :-

تستخدم قواعد الجبر البوليني والتي سبق شرحها لتبسيط الدوال المنطقية (التعبيرات البولينية) وذلك لتمثيلها بأقل عدد من البوابات المنطقية، وكذلك بأقل عدد من المدخلات، ولذلك فإنه عند تمثيل هذه الدوال المنطقية عملياً، يجب أولاً أن نضعها في أبسط صورة ممكنة لاقتصاديات التصميم، والمثال التالي يوضح كيفية إجراء عملية التبسيط.

مثال (3 -4): باستخدام قواعد الجبر البوليني بسط الدالة المنطقية الآتية:

$$Y = AB + A(A + C) + B(A + C)$$

الحل: الخطوة الأولى في عملية التبسيط هي فك الأقواس الموجودة بالدالة فنحصل على:

$$Y = AB + AA + AC + AB + BC$$

نعوض عن قيمة الحد AA بالمتغير A (راجع القاعدة رقم 7 من قواعد الجبر البوليني) فتصبح الدالة:

$$Y = AB + A + AC + AB + BC$$

وبتطبيق القاعدة رقم 5 حيث $A + A = A$، فإن $AB + AB = AB$، وتصبح الدالة:

$$Y = AB + A + AC + BC$$

وبأخذ المتغير A عاملاً مشتركاً بين الحد الأول والثاني والثالث فنحصل على:

$$Y = A(B + 1 + C) + BC$$

وبتطبيق القاعدة رقم 2 حيث $A + 1 = 1$، نجد أن:

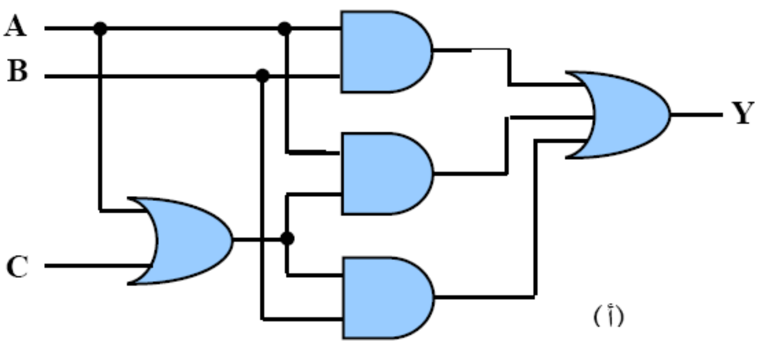
$$Y = A\ (1) + BC$$

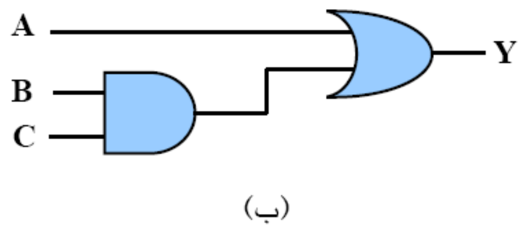
وأخيرا بتطبيق القاعدة رقم 4 حيث $A(1) = A$، نحصل على:

$$Y = A + BC$$

عند هذه المرحلة فإن التعبير البوليني قد تم وضعه في أبسط صورة ممكنة. يجب أن نلاحظ هنا أنه عند اكتساب الخبرة في تطبيق قواعد الجبر البوليني فليس من الضروري تبسيط الدالة على شكل خطوات، ولكننا نبين هنا فقط كيفية الوصول إلى الصورة النهائية للدالة المبسطة وما هي القواعد التي تم استخدامها.

شكل (3 -3) يوضح كيف أمكن تمثيل الدالة بعد تبسيطها بأقل عدد ممكن من البوابات حيث أمكن تمثيلها باستخدام بوابتين فقط (الشكل(ب))، بينما احتاج تمثيل الدالة الأصلية قبل التبسيط إلى خمس بوابات (الشكل(أ)).





الشكل (3 -3) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (3 -4) قبل وبعد تبسيطها.

ومن المهم التحقق من أن هاتين الدائرتين متكافئتان، بمعنى أنه لأي تشكيلة من المدخلات A وB وC ، نحصل على نفس الخرج من الدائرتين.

مثال (3 -5): ضع التعبير البوليني الآتي في أبسط صورة ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير قبل وبعد التبسيط.

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

الحل: بأخذ الحدين الأول والثاني مع بعضهما ، وكذلك الحدين الثالث والرابع ، نحصل على:

$$\begin{aligned} Y &= (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) + (\bar{A}BC + ABC) \\ &= \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) + BC(\bar{A} + A) \end{aligned}$$

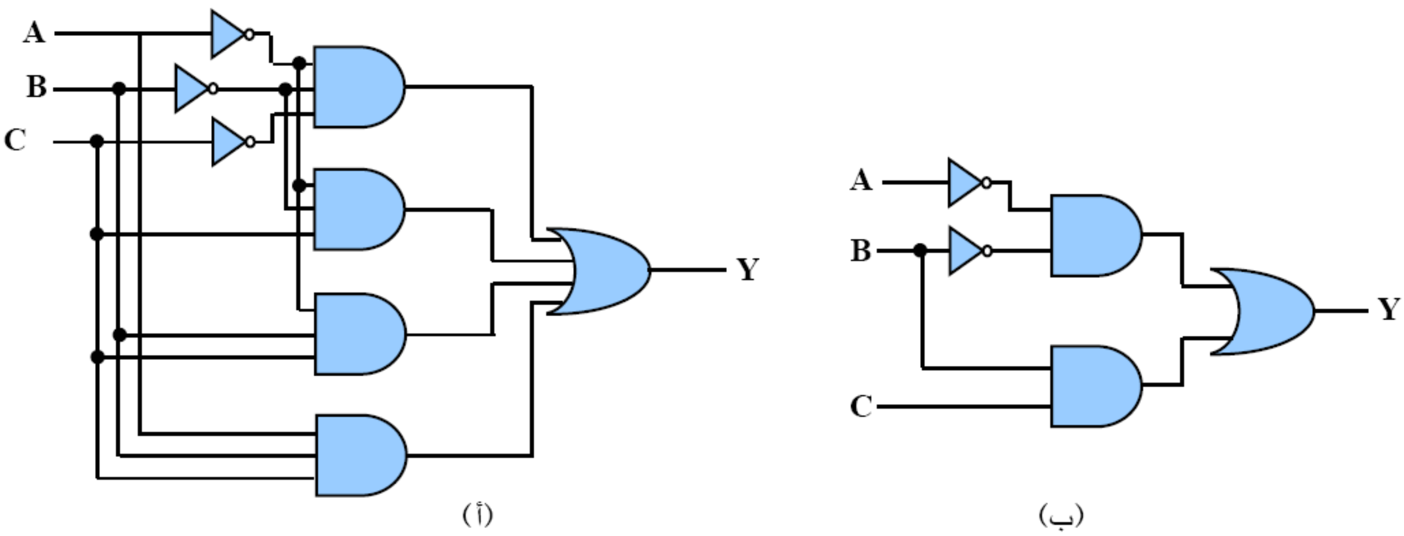
وبتطبيق القاعدة رقم 6 نحصل على:

$$Y = \bar{A}\bar{B} \bullet 1 + BC \bullet 1$$

ثم بتطبيق القاعدة رقم 4 نحصل على الصورة النهائية للتعبير البوليني وهي:

$$Y = \bar{A}\,\bar{B} + B\,C$$

شكل (3 -4) يوضح تمثيل التعبير البوليني بالبوابات قبل وبعد عملية التبسيط.



الشكل (3 -4) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (3 -5) قبل وبعد تبسيطها.

الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية　Standard Forms of Boolean Expressions

جميع التعبيرات البولينية ، بصرف النظر عن شكلها ، يمكن تحويلها إلى شكلين قياسيين، الشكل الأول يسمى بمجموع الحدود المضروبة (*sum-of-products*) ويكتب اختصاراً (SOP)، ويسمى الشكل الثاني بمضروب الحدود المجموعة (*product-of-sums*) ويكتب اختصاراً (POS). الأشكال القياسية تجعل عمليات التقييم والتبسيط والتمثيل للتعبيرات البولينية أكثر سهولة.

3 -5 -1 الشكل (SOP) The Sum-of-Products (SOP) form

في البداية يجب أن نعرف ما المقصود بالحد المضروب (product term). الحد المضروب يتكون من مجموعة من المتغيرات مضروبة في بعضها البعض مثل $AB, A\overline{B}, A\overline{B}C\overline{D}$ وهكذا. عند جمع حد أو أكثر من الحدود المضروبة جمعاً منطقياً نحصل على ما يسمى بمجموع الحدود المضروبة (Sum-of-Products) مثل:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,\overline{C}$$

ويطلق على شكل مجموع الحدود المضروبة السابق اسم الشكل القياسي وذلك لإحتواء كل حد من الحدود المضروبة على نفس عدد المتغيرات، وسوف يكون التعامل في هذه الوحدة مع الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية فقط. والحد المضروب يمثل خرج بوابة AND، وبالتالي له قيمة واحدة فقط عند (1) وعدة قيم عند (0) (ارجع إلى جدول الحقيقة للبوابة AND).

3 -5 -2 الشكل (POS) The Product-of-Sums (POS) form

في البداية كما في الفقرة السابقة، يجب أن نعرف ما هو المقصود بالحد المجموع (sum term). الحد المجموع يتكون من حاصل جمع مجموعة من المتغيرات مثل $A+\overline{B},\ A+\overline{B}+C$ وهكذا. عند ضرب حد أو أكثر من الحدود المجموعة ضرباً منطقياً نحصل على ما يسمى بمضروب الحدود المجموعة (Product-of-Sums) مثل:

$$(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B}+\overline{C})(A+B+C)$$

ويطلق على شكل مضروب الحدود المجموعة السابق اسم الشكل القياسي وذلك لاحتواء كل حد من الحدود المجموعة على نفس عدد المتغيرات، وسوف يكون التعامل في هذه الوحدة كما ذكرنا سابقاً مع الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية فقط. والحد المجموع يمثل خرج بوابة OR، وبالتالي له قيمة واحدة فقط عند (0) وعدة قيم عند (1) (ارجع إلى جدول الحقيقة للبوابة OR).

3 -6 **التحويل من الشكل القياسي** (SOP) **إلى الشكل القياسي** (POS)

Converting Standard (SOP) to Standard (POS)

يجب معرفة أن القيم الثنائية (binary values) للحدود المضروبة في أي تعبير قياسي على شكل (SOP) لا تظهر في التعبير المكافئ القياسي على شكل (POS). وأيضاً، القيم الثنائية غير الممثلة في التعبير القياسي (SOP) تظهر في التعبير المكافئ القياسي على شكل (POS). وبناءً على ذلك، للتحويل من الشكل القياسي (SOP) إلى الشكل القياسي (POS)، نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: نحدد قيمة كل حد مضروب في التعبير القياسي (SOP)، أي نحدد الأعداد الثنائية التي تمثل الحدود المضروبة.

الخطوة الثانية: نحدد جميع الأعداد الثنائية غير الموجودة في الخطوة الأولى.

الخطوة الثالثة: نكتب الحد المجموع المكافئ لكل عدد ثنائي من الخطوة الثانية ثم نكتب هذه الحدود على شكل التعبير (POS).

باستخدام خطوات مشابهه لنفس الخطوات السابقة، يمكننا التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP).

مثال (3 -6): حول التعبير (SOP) القياسي التالي إلى التعبير (POS) القياسي.

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$$

الحل: نحدد أولاً القيمة الثنائية لكل الحدود المضروبة مع ملاحظة وضع المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (1)، ووضع المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، وبالتالي نحصل على:

$$Y = 001 + 011 + 100 + 110 + 111$$

نلاحظ وجود ثلاث متغيرات في التعبير السابق، وبالتالي يكون لدينا ثمانٍ من التشكيلات الثنائية (2^3). التعبير على شكل (SOP) يحتوي على خمسة من هذه التشكيلات، وعلى ذلك فان التعبير على شكل (POS) يجب أن يحتوي على التشكيلات الثلاثة الأخرى وهي 000, 010, 101، ويكتب التعبير كالتالي:

$$Y = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

نلاحظ أننا وضعنا المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، ووضعنا المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (1).

مثال (3 -7): حول التعبير (SOP) القياسي التالي إلى التعبير (POS) القياسي.

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C}$$

الحل: القيمة الثنائية للحدود المضروبة هي:

$$Y = 000 + 001 + 101 + 110$$

وعليه فان القيمة الثنائية للحدود المجموعة تكون كالتالي:

010, 011, 100, 111

ويكتب التعبير البوليني (POS) القياسي على الشكل:

$$Y = (A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

3 -7 التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP)

Converting Standard (POS) to Standard (SOP)

كما ذكرنا في الجزء السابق ، وباستخدام خطوات مشابهه لنفس الخطوات السابقة، يمكننا التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP). والأمثلة التالية توضح كيفية إجراء عملية التحويل.

مثال (3 -8): حول التعبير (POS) القياسي التالي إلى التعبير (SOP) القياسي.

$$Y = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

الحل: نحدد أولاً القيمة الثنائية لكل الحدود المجموعة مع ملاحظة وضع المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، ووضع المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (1)، وبالتالي نحصل على:

$$Y = (000)(001)(011)(101)(110)$$

نلاحظ أن التعبير (POS) يحتوي على خمسة تشكيلات من الثمانية، وبالتالي فان التعبير (SOP) يجب أن يحتوي على التشكيلات الثلاثة الأخرى وهي 111 ,100 ,010، ويكتب التعبير كالتالي:

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$

مثال (3 -9): حول التعبير (POS) القياسي التالي إلى التعبير (SOP) القياسي.

$$Y = (A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

الحل: القيمة الثنائية للحدود المجموعةهي:

$$Y = (010)(011)(101)(111)$$

وعليه فان القيمة الثنائية للحدود المضروبة تكون كالتالي:

$$Y = 000،\ 001،\ 100،\ 110$$

ويكتب التعبير البوليني (SOP) القياسي على الشكل:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$$

3 -8 تحويل التعبيرات (SOP) القياسية إلى جدول الحقيقة

Converting Standard (SOP) Expressions to Truth Table Format

لعمل جدول الحقيقة لأي تعبير بوليني على شكل (SOP) القياسي، نرسم الجدول أولاً ثم نكتب فيه عدد التشكيلات المختلفة طبقاً لعدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني. كمثال، لعدد ثلاث متغيرات فإن جدول الحقيقة يجب أن يحتوي على ثماني تشكيلات ($2^3 = 8$)، ولعدد أربعة متغيرات فإن جدول الحقيقة يجب أن يحتوي على ستة عشر من التشكيلات ($2^4 = 16$). في النهاية نضع (1) في عمود الخرج (Y) أمام القيمة الثنائية لكل حد مضروب في التعبير البوليني، ونضع (0) أمام القيم الثنائية المتبقية. والأمثلة التالية توضح ما سبق شرحه.

مثال (3 -10): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (SOP) التالي :

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC$$

الحل: يحتوي التعبير البوليني على ثلاث متغيرات ، وبالتالي يوجد ثماني تشكيلات ممكنة كما هو موضح في الأعمدة الثلاثة على اليسار بجدول الحقيقة (3 -4). القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة بالتعبير السابق هي:

$\overline{A}\,\overline{B}C \Rightarrow 001 \qquad A\overline{B}\,\overline{C} \Rightarrow 100 \qquad ABC \Rightarrow 111$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية ، نضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في الجدول، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (0) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

الجدول (3 -4) جدول الحقيقة لمثال (3 -10).

مثال (3 -11): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (SOP) التالي :

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C}$$

الحل: القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة بالتعبير السابق هي:

$\overline{A}B\overline{C} \Rightarrow 010 \qquad \overline{A}BC \Rightarrow 011 \qquad A\overline{B}C \Rightarrow 101 \qquad AB\overline{C} \Rightarrow 110$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية ، نضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في جدول الحقيقة (3 -5)، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (0) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

الجدول (3 -5) جدول الحقيقة لمثال (3 -11).

3 -9 تحويل التعبيرات (POS) القياسية إلى جدول الحقيقة

Converting Standard (POS) Expressions to Truth Table Format

كما ذكرنا سابقاً، وباتباع نفس الخطوات، لعمل جدول الحقيقة للتعبير البوليني على شكل (POS) القياسي، نرسم الجدول أولاً ثم نكتب فيه عدد التشكيلات المختلفة طبقاً لعدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني.

مثال (3 -12): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (POS) التالي :

$$Y = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)$$

الحل: يحتوي التعبير البوليني السابق على ثلاث متغيرات، وبالتالي يوجد ثماني تشكيلات ممكنة كما هو موضح في الأعمدة الثلاثة على اليسار بجدول الحقيقة (3 -6). القيم الثنائية لكل حد من الحدود المجموعة بالتعبير (POS) السابق هي:

$$A + B + C \Rightarrow 000 \qquad A + \overline{B} + C \Rightarrow 010 \qquad \overline{A} + B + C \Rightarrow 100$$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية، نضع (0) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في الجدول، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (1) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (3 -5) جدول الحقيقة لمثال (3 -12).

مثال (3 -13): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (POS) التالي :

$$Y = (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

الحل: القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة في التعبير السابق هي:

$$A + B + \overline{C} \Rightarrow 001,\ \ A + \overline{B} + \overline{C} \Rightarrow 011,\ \ \overline{A} + \overline{B} + C \Rightarrow 110,\ \ \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \Rightarrow 111$$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية ، نضع (0) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في جدول الحقيقة (3 -6)، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (1) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

الجدول (3 -6) جدول الحقيقة لمثال (3 -13).

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

1- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني: $Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,C$

2- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة المبسطة في السؤال السابق .

3- حول التعبير(SOP) القياسي التالي الى التعبير(POS) القياسي $Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C}$

4- حول التعبير(POS) القياسي التالي الى التعبير(SOP) القياسي:

$Y =(A + \overline{B} + C) (A + \overline{B} + \overline{C}) (\overline{A} + B + \overline{C}) + (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$

5- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية : $Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,C$

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

3 -10 استنتاج التعبيرات القياسية من جدول الحقيقة

Determining Standard Expressions from a Truth Table

لاستنتاج التعبير القياسي (SOP) الممثل بجدول الحقيقة، حدد القيم الثنائية للدخل لكل خرج يساوي (1). حول كل قيمة ثنائية إلى الحد المضروب المقابل لها، وذلك باستبدال كل (1) بالمتغير المقابل له، وكل (0) بعكس المتغير المقابل له. كمثال، القيمة الثنائية 0101 يمكن تحويلها إلى حد مضروب كما يلي:

$$0101 \Rightarrow \overline{A}B\overline{C}D$$

لاستنتاج التعبير القياسي (POS) الممثل بجدول الحقيقة، حدد القيم الثنائية للدخل لكل خرج يساوي (0). حول كل قيمة ثنائية إلى الحد المجموع المقابل لها، وذلك باستبدال كل (0) بالمتغير المقابل له، وكل (1) بعكس المتغير المقابل له. كمثال، القيمة الثنائية 1010 يمكن تحويلها إلى حد مجموع كما يلي:

$$1010 \Rightarrow \overline{A} + B + \overline{C} + D$$

مثال (3 -14): من جدول الحقيقة (3 -7)، استنتج التعبير القياسي (SOP)، (POS):

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (3 -7) جدول الحقيقة لمثال (3 -14).

الحل: هناك أربعة 1's في عمود الخرج والقيم الثنائية المقابلة لها هي: 011, 100, 110, and 111. هذه القيم الثنائية يمكن تحويلها إلى حدود مضروبة كما يلي:

$$011 \Rightarrow \overline{A}BC \quad و \quad 100 \Rightarrow A\overline{B}\overline{C} \quad و \quad 110 \Rightarrow AB\overline{C} \quad و \quad 111 \Rightarrow ABC$$

وبالتالي يكون التعبير القياسي بشكل (SOP) للخرج (Y) هو:

$$Y = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C} + ABC$$

وللتعبير (POS)، الخرج يساوي (0) عند القيم الثنائية 000و001 و010 و101 and . هذه القيم الثنائية يمكن تحويلها إلى حدود مجموعة كما يلي:

$$000 \Rightarrow A+B+C \text{ و } 001 \Rightarrow A+B+\overline{C} \text{ و } 010 \Rightarrow A+\overline{B}+C \text{ و } 101 \Rightarrow \overline{A}+B+\overline{C}$$

وبالتالي يكون التعبير القياسي بشكل (POS) للخرج (Y) هو:

$$Y = (A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$$

3 -11 **الخواص العامة لبوابات** NAND و NOR

The Universal Property of NAND and NOR Gates

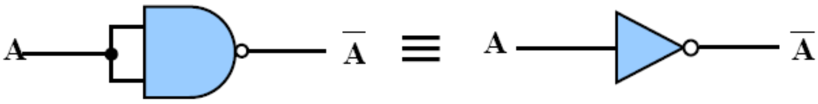
استعرضنا في بداية هذه الوحدة كيفية تمثيل الدوائر المنطقية باستخدام بوابات AND، وبوابات OR، والعواكس. وهنا سوف نناقش استخدام بوابات NAND وبوابات NOR كبوابات عامة (Universal Gates) لتمثيل أي تعبير بوليني. ومعنى كلمة بوابة عامة يعني أنه يمكن استخدامها كعاكس، وتركيبة من بوابات NAND يمكننا استخدامها في تمثيل بوابة AND، وكذلك NOR. وبالمثل فمعنى كلمة بوابة NOR عامة تعني أنه يمكن استخدامها كعاكس وتركيبة من بوابات NOR يمكننا استخدامها في تمثيل بوابة AND وOR وكذلك NAND.

3 -11 -1 البوابة NAND كعنصر منطقي عام

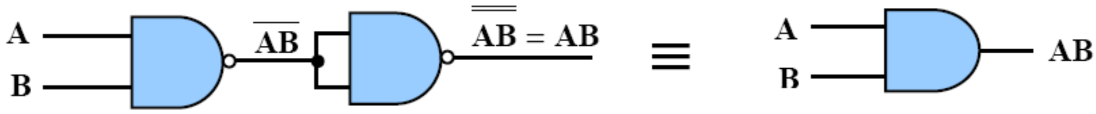
NAND gate as a Universal Logic Element

البوابة NAND هي بوابة عامة لأنه يمكن استخدامها في تنفيذ عملية العاكس، وعملية AND، وعملية OR، وكذلك عملية NOR. والعاكس يمكن بناؤه من البوابة NAND عن طريق توصيل جميع المدخلات في مدخل واحد كما هو موضح في الشكل(3 -5 (أ)) وذلك لبوابة NAND ذات مدخلين. ويمكن توليد عملية AND باستخدام بوابات NAND فقط كما هو موضح في شكل(3 -5(ب)).

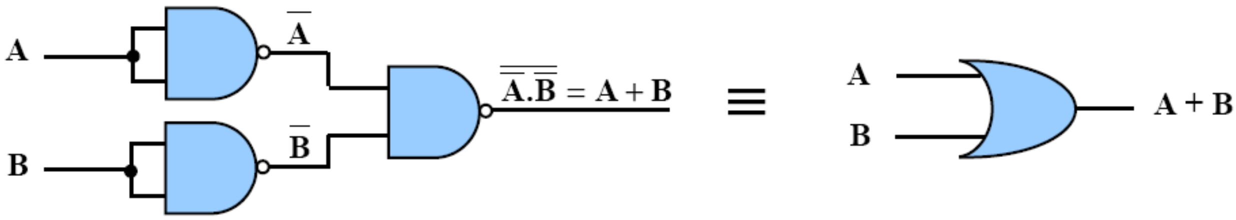
والبوابة OR يمكن بناؤها باستخدام بوابات NAND كما في شكل(3 -5(جـ)). وأخيراً البوابة NOR يمكن بناوها كما هو موضح في شكل(3 -5(د)).



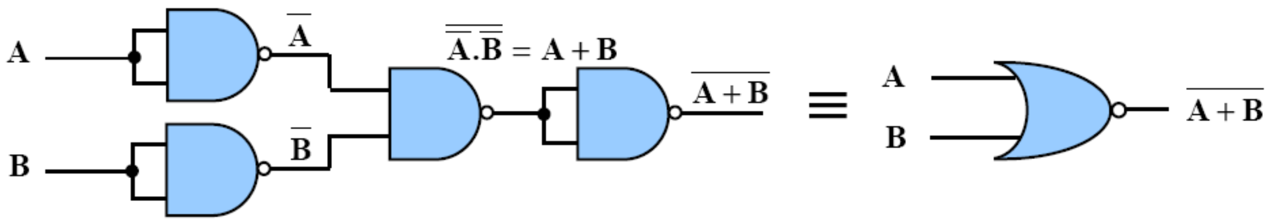
(أ)



(ب)



(جـ)

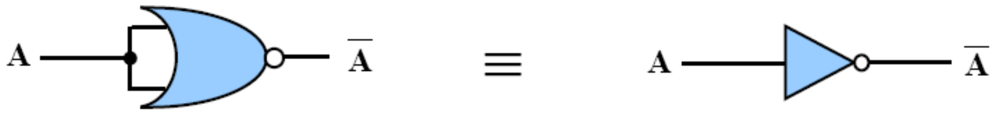


(د)

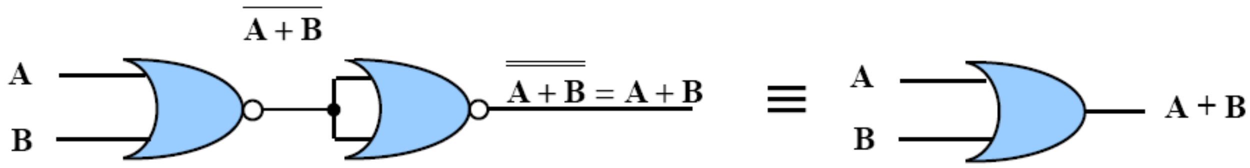
الشكل (3 -5) التطبيق العام لبوابات NAND.

3 -11 -2 البوابة NOR كعنصر منطقي عام NOR Gate as a Universal Logic Element

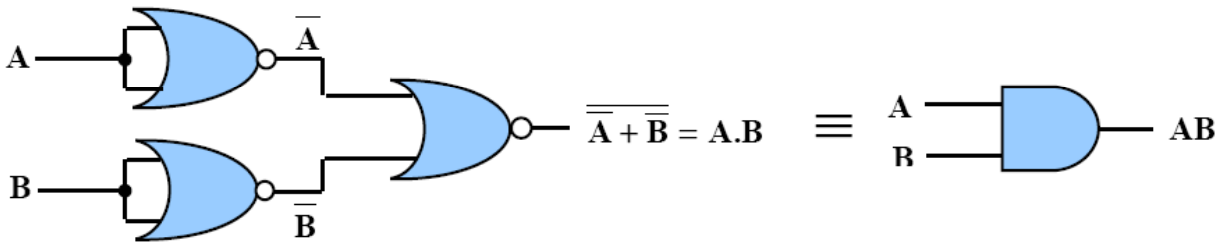
مثل بوابة NAND، فإن البوابة NOR يمكن استخدامها لبناء بوابات عاكس،AND وOR، وكذلك بوابة NAND. شكل (3 -6) يوضح كيفية توصيل البوابة NOR لتقوم بعمل بوابة NOT وبوابة OR وكذلك بوابة NAND.



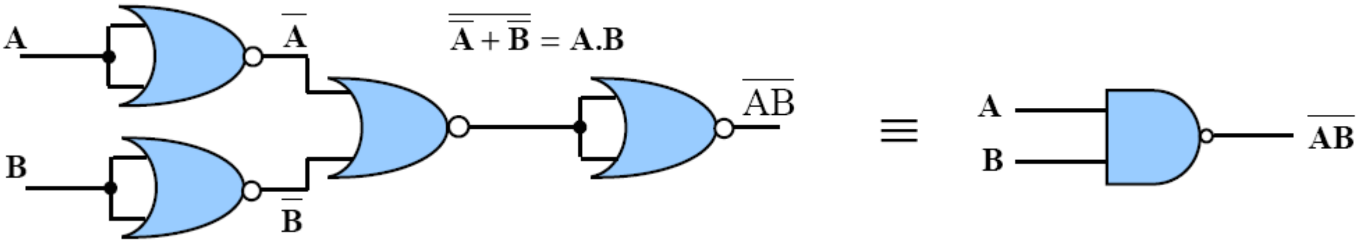
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

الشكل (3 -6) التطبيق العام لبوابات NOR.

مثال (٢ -٦): ضع التعبير البوليني الآتي في أبسط صورة ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير قبل وبعد التبسيط.

$$Y = \overline{AB}\,\overline{C} + \overline{AB}C + \overline{A}BC + ABC$$

الحل: بأخذ الحدين الأول والثاني مع بعضهما ، وكذلك الحدين الثالث والرابع، نحصل على:

$$Y = (\overline{AB}\,\overline{C} + \overline{AB}C) + (\overline{A}BC + ABC)$$
$$= \overline{AB}(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A)$$

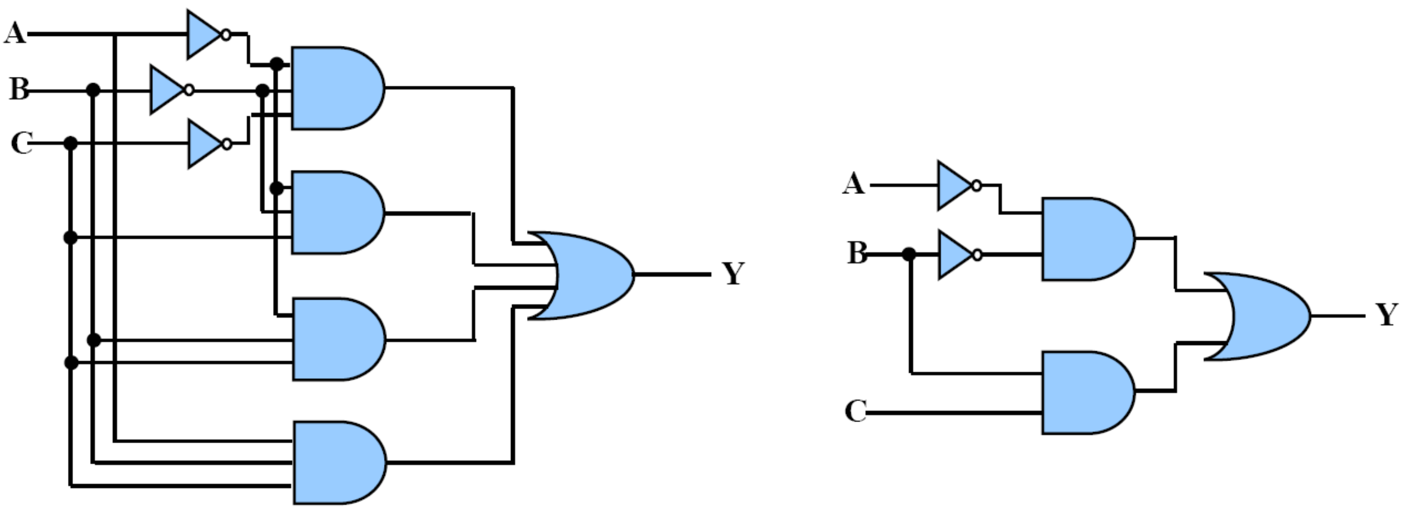
وبتطبيق القاعدة رقم ٦ نحصل على:

$$Y = \overline{AB} \bullet 1 + BC \bullet 1$$

ثم بتطبيق القاعدة رقم ٤ نحصل على الصورة النهائية للتعبير البوليني وهي:

$$Y = \overline{AB} + BC$$

شكل (٢ -٢٤) يوضح تمثيل التعبير البوليني بالبوابات قبل وبعد عملية التبسيط.



(أ)   (ب)

شكل (٢ -٢٤) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (٢ -٦) قبل وبعد تبسيطها.

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية:

$$Y = \bar{A} B \bar{C} + \bar{A} B C + A \bar{B} C + A B \bar{C}$$

2- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية :

$$Y = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)$$

3- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,D + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,D + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,\bar{D} + B D + A\bar{B}$$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,D + \bar{A}\,B\,\bar{C}\,D + A\,\bar{B}\,C + B\,C\,D + B C + A\bar{C}$$

5- أكتب معادلة أخرج الدائرة المنطقية الممثلة بالجدول التالي :

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات

الاختبار القبلي Pre test

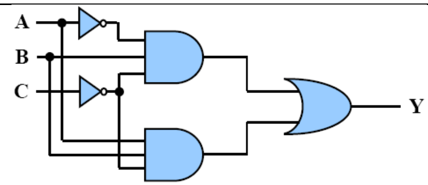
رقم السؤال 1 — الاجابة الصحيحة:

$Y = D(A + \overline{B}) + (B + C)$

رقم السؤال 2 — الاجابة الصحيحة:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

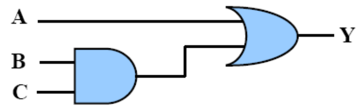
رقم السؤال 3 — الاجابة الصحيحة:



رقم السؤال 4 — الاجابة الصحيحة:

$Y = A + BC$

رقم السؤال 5 — الاجابة الصحيحة:

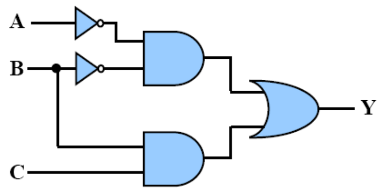


الاختبار الذاتي Self test

رقم السؤال 1 — الاجابة الصحيحة:

$Y = \overline{A}\,\overline{B} + BC$

رقم السؤال 2 — الاجابة الصحيحة:



رقم السؤال 3 — الاجابة الصحيحة:

$Y = (A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$

رقم السؤال 4 — الاجابة الصحيحة:

$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$

رقم السؤال 5 — الاجابة الصحيحة:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

الاختبار البعدي Post test

رقم السؤال 1 — الاجابة الصحيحة:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

رقم السؤال 2 — الاجابة الصحيحة:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

رقم السؤال 3 — الاجابة الصحيحة:

$Y = \overline{B} + D$

رقم السؤال 4 — الاجابة الصحيحة:

$Y = \overline{C}D + A\overline{B} + B\overline{D}$

رقم السؤال 5 — الاجابة الصحيحة:

$Y = \overline{A}\,\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC$

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو))

(المحاضرة العاشرة – الثانية عشر) : خريطة كارنوف (Karnaugh Map)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الإلكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

تعتبر قوانين الجبر البوليني الاساس في تبسيط المعادلات والدوائر المنطقية المعقدة الا انها تصبح غير فاعلة عندما يزداد عدد مدخلات الدائرة لذلك تستخدم طريقة خريطة كارنوف .

حيث صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب طريقة تبسيط الدوائر والمعادلات المنطقية المختلفة باستخدام خريطة كارنوف .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : خارطة كارنوف- خارطة كارنوف لمتغيرين ، خارطة كارنوف لثلاثة متغيرات ، خارطة كارنوف لأربع متغيرات .

ثانيا : كيفية نقل جدول الواقعية الى خارطة كارنوف .

ثالثا : تبسيط الدوال المنطقية والدوائر المنطقية باستخدام خارطة كارنوف.

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية التبسيط باستخدام خريطة كارنوف لمتغيرين و خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات و خريطة كارنوف لأربع متغيرات ..
- ينقل جدول الواقعية الى خريطة كارنوف .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

1- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

2- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة المبسطة في السؤال السابق .

3- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,D + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,D + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,\bar{D} + B\,D + A\,\bar{B}$$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,D + \bar{A}\,B\,\bar{C}\,D + A\,\bar{B}\,C + B\,C\,\bar{D} + B\,\bar{C} + A\,\bar{C}$$

5- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$F = Y\,\bar{Z} + \bar{X}\,Z + X\,Y\,Z$$

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية: (نص المحاضرة)

مقدمة

خريطة كارنوف أو خريطة -K هي طريقة مرئية لتبسيط التعبيرات الجبرية، وإذا ما استخدمت بطريقة جيدة فسوف تعطي لنا التعبير البوليني في أبسط صورة ممكنة. وكما رأينا في الوحدة السابقة فإن استخدام قواعد الجبر البوليني لتبسيط تعبير جبري ما يعتمد إلى حد كبير على الإلمام بجميع قواعد الجبر البوليني وكذلك القابلية لتطبيقه، وعادة فإن المهارة غالباً تمثل عامل هام في التبسيط باستخدام قواعد الجبر المنطقي. من ناحية أخرى فإن خريطة كارنوف تقدم لنا طريقة سهلة للتبسيط.

وخريطة كارنوف تماثل جدول الحقيقة لأنها تعطي لنا كل القيم المحتملة للمدخلات ونتيجة الخرج لكل قيمة. وبدلاً من تنظيمها على شكل أعمدة وصفوف مثل جدول الحقيقة، فإن خريطة كارنوف عبارة عن مصفوفة (array) من الخلايا (cells) ، وتمثل كل خلية القيمة الثنائية لإحدى تشكيلات المدخلات. وترتب الخلايا بطريقة تجعل عملية التبسيط للتعبير المعطى وتجميع الخلايا في غاية السهولة.

خريطة كارنوف يمكن استخدامها مع تعبيرات بولينية لها متغيران ، ثلاثة ، أربعة، أو خمسة متغيرات، ولكننا سنكتفي هنا بالشرح حتى أربعة متغيرات فقط لتوضيح أساسيات التبسيط. ويلاحظ أنه عند ازدياد عدد المتغيرات عن خمسة فأكثر فإن استخدام خريطة كارنوف يزداد صعوبة لذا يتم اللجوء إلى استخدام طرق أخرى خارج نطاق الحقيبة مثل طريقة كواين ماكلوسكي (Quine - McClusky) حيث يمكن استخدامها لعدد كبير من المتغيرات ويمكن برمجة هذه الطريقة على الحاسب بشكل سهل. عدد الخلايا في خريطة كارنوف يساوي عدد التشكيلات المحتملة للمدخلات، ويماثل ذلك عدد الصفوف في جدول الحقيقة. ولعدد ثلاثة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $2^3 = 8$ ولعدد أربعة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $2^4 = 16$.

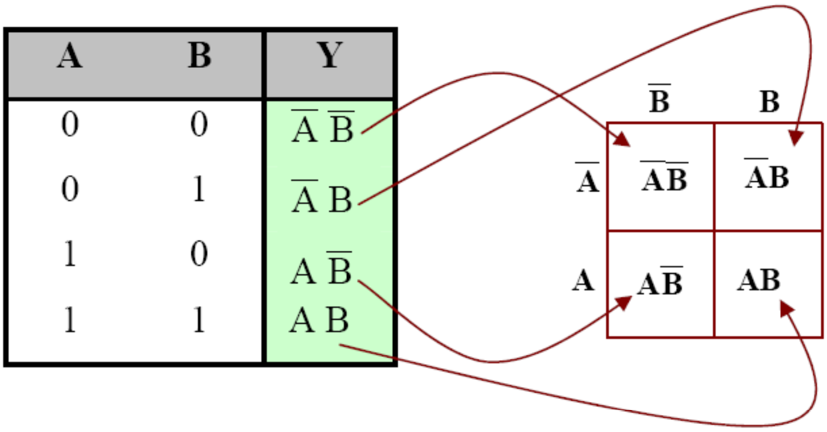
التبسيط باستخدام خريطة كارنوف :

للمدخلات، ويماثل ذلك عدد الصفوف في جدول الحقيقة. ولعدد ثلاثة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $2^3 = 8$ ولعدد أربعة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $2^4 = 16$.

3 -13 -1 شكل خريطة كارنوف لاثنين وثلاثة وأربعة متغيرات

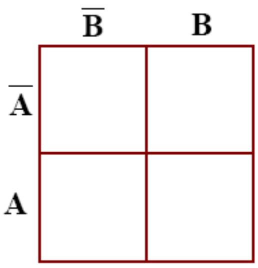
Karnaugh Map for Two, Three, and Four Variables

عرفنا سابقاً أن عدد الخلايا في خريطة كارنوف يعتمد على عدد المتغيرات (المدخلات). وكمثال في شكل (3 -17)، هناك متغيران فقط هما (A و B) والمتمم لهما $(\overline{A}, \overline{B})$ وبناء على ذلك فإن خريطة كارنوف تحتوي (كما في جدول الحقيقة لمتغيرين) فقط على أربعة تشكيلات (00و01و10و11).



الشكل (3 -17) إعادة ترتيب جدول الحقيقة في خريطة كارنوف.

وكل خلية في خريطة كارنوف ذات المتغيرين تمثل واحداً من التشكيلات الأربع للدخل. عملياً علامات الدخل (Input Labels) توضع خارج الخلايا كما هو موضح في شكل (3 -18) وتطبق على كل من الصف والعمود للخلايا. فمثلاً، الصف الذي أمامه المتغير $\overline{A}$ يطبق على الخلايا العليا، بينما الذي أمامه A يطبق على الخلايا السفلى. ونرى في أعلى الخريطة المتغير $\overline{B}$ يطبق على الخلايا التي على اليسار، بينما المتغير B يطبق الخلايا التي على اليمين. وكمثال، فإن الخلية العليا التي على اليمين تمثل تشكيلة الدخل $\overline{A}B$.



الشكل (3 -18) خريطة كارنوف لمتغيرين ($2^2 = 4$ خلايا).

شكل (3 -19(أ))، (3 -19(ب)) يوضحان هيئة خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات (ثماني خلايا)، وأربعة متغيرات (ستة عشر خلية).

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$				
A				

(أ)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

(ب)

الشكل (3 -19) خريطة كارنوف لثلاثة وأربعة متغيرات.

3 -13 -2 تبسيط التعبيرات على شكل (SOP) Karnaugh Map (SOP) Minimization

والآن بعد معرفتنا لكيفية إنشاء خريطة كارنوف، فسوف نرى كيف يمكن أن تستخدم لتبسيط التعبيرات البولينية على شكل (SOP). وكمثال على ذلك، نفترض أننا نريد تصميم دائرة منطقية لها جدول الحقيقة الموضح في شكل (3 -20(أ)).

الخطوة الأولى هي الحصول على التعبير البوليني من خلال جدول الحقيقة، وذلك بكتابة التشكيلة التي أمامها (1) في الخرج وبعد ذلك نضع هذه التشكيلات على شكل التعبير البوليني (SOP) كما في شكل (3 -20(ب)).

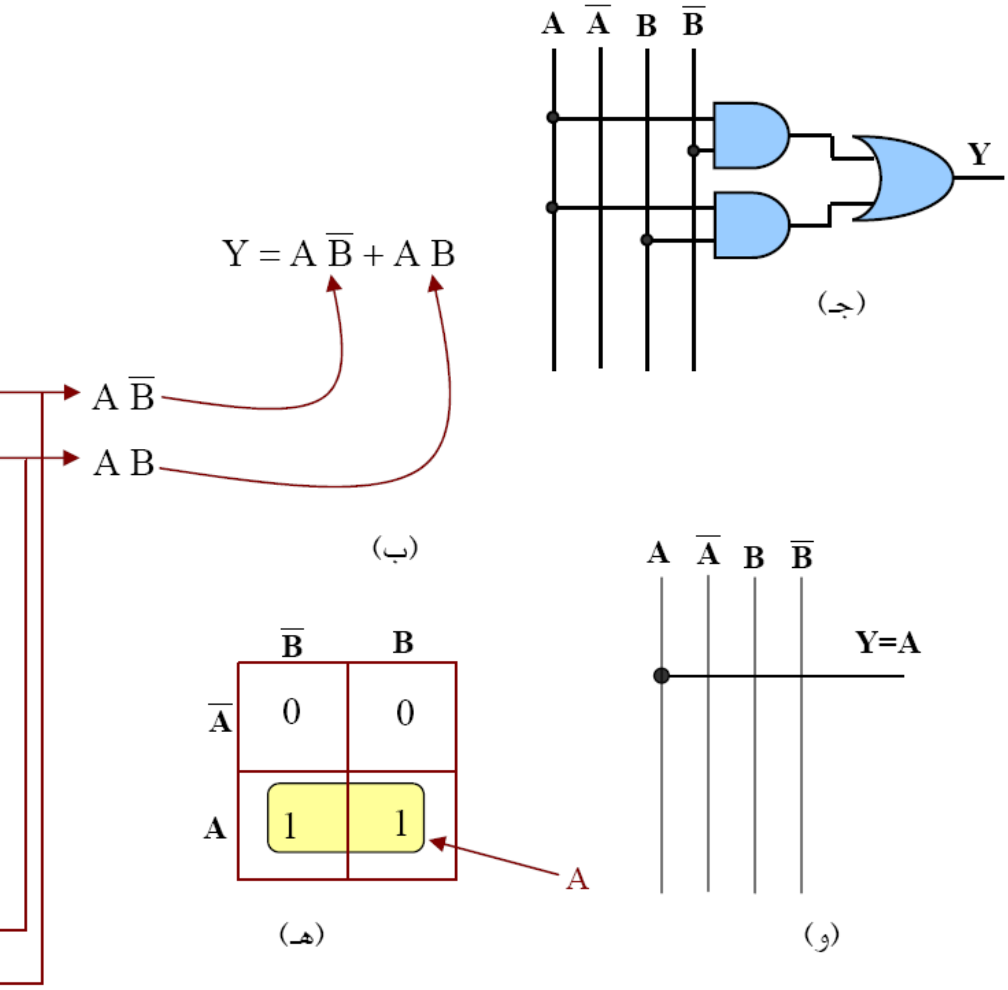
الدائرة المنطقية المكافئة لهذا التعبير البوليني موضحة في شكل(3 -20(جـ)). الخطوة التالية هي تمثيل هذا التعبير البوليني على خريطة كارنوف لمتغيرين كما نرى في شكل (3 -20(د)).

عند تمثيل التعبير البوليني على خريطة كارنوف يجب أن نتذكر أن كل خلية تمثل تشكيلة من التشكيلات الأربع المحتملة للمدخلات في جدول الحقيقة. الخرج (1) في جدول الحقيقة يجب أن يظهر (1) في الخلية المكافئة له على خريطة كارنوف، والخرج (0) في جدول الحقيقة يجب أن يظهر (0) في الخلية المكافئة له على خريطة كارنوف. وبناء على ذلك فإن (1) سوف يظهر في الخلية السفلى على

اليسار (يمثل $A\overline{B}$)، وفي الخلية السفلى على اليمين (يمثل AB). والتشكيلات الأخرى للدخل ($\overline{A}B, \overline{A}\,\overline{B}$) وكلاهما يعطي (0) في الخرج، وبناءً عليه يجب وضع (0) في هاتين الخليتين العلويتين.

المدخلات		الخرج
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

(أ)



الشكل (3 -20) كيفية استخدام خريطة كارنوف في تبسيط التعبير المنطقي.

تبسيط المعادلات البولينية بصفة عامة يمكن الحصول عليه عن طريق تطبيق قاعدة المتممات (Complements)، والتي تقول أن $A + \overline{A} = 1$. والآن وبعد تمثيل المعادلة البولينية على خريطة كارنوف كما في شكل (3 -20(د))، الخطوة التالية هي تجميع الحدود ثم نحدد العامل المشترك بينهما.

فاذا نظرنا إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -20(د)) فسوف نرى أن الخلايا المتجاورة (adjacent cells) تختلف في متغير واحد فقط. وهذا يعني أننا لو حركنا أياً منهما من مكانه إلى الخلية المجاورة له رأسياً أو أفقياً، فلن يحدث تغيير إلا في متغير واحد فقط. وبتجميع الخلايا المتجاورة المحتوية على (1) كما نرى من الشكل (3 -20(هـ)) فإنه يمكن تبسيط الخلايا باستخدام قاعدة المتممات

وجعلها حداً واحداً. في هذا المثال الخلايا $AB,A\overline{B}$ تحتوي على B و $\overline{B}$ وبالتالي يتم حذف هذه المتممات، وتكون النتيجة ، A كما يلي:

$$Y = A\overline{B} + AB \qquad \text{(الأزواج المجمعة)}$$

$$Y = A(\overline{B} + B)$$
$$= A \bullet 1 = A$$

هذا التحليل يمكن استنتاجه بدراسة جدول الحقيقة للدائرة الموضحه في شكل (3 -20(أ)) والذي نرى فيه أن الخرج (Y) يتبع تماماً الدخل (A). وبناء على ذلك تكون الدائرة المكافئة كما هو موضح في شكل (3 -20(و)).

مثال (3 -17): صمم دائرة منطقية في أبسط صورة لجدول الحقيقة الموضح في شكل (3 -21(أ)) مبيناً كل خطوة في عملية التبسيط.

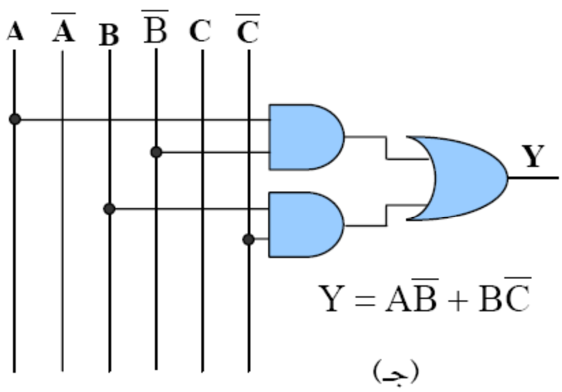
الحل: لدينا هنا ثلاثة متغيرات، والخطوة الأولى هي رسم خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات، كما هو موضح في شكل (3 -21(ب)).

الخطوة الثانية أن ننظر إلى الخرج الذي يساوي (1) في جدول الحقيقة في شكل (3 -21(أ)) ثم نقوم بوضع هذه الآحاد في الخلايا المكافئة لها على خريطة كارنوف كما هو موضح في شكل (3 -21(ب)). وبعد وضع (0) في الخلايا الفارغة المتبقية، نجمع الآحاد في شكل أزواج كما في شكل (3 -21(ب)) ، ثم نحدد من خلال الصف والعمود المتغيرات المشتركة في هذه المجموعات (الأزواج) لنرى أي متغير سوف يتم حذفه تبعاً لقاعدة المتممات. في المجموعة التي على اليمين $A,\overline{A}$ يتم حذفها والنتيجة $B\overline{C}$ ، وفي المجموعة التي على اليسار يتم حذف $C,\overline{C}$ والنتيجة $A\overline{B}$.

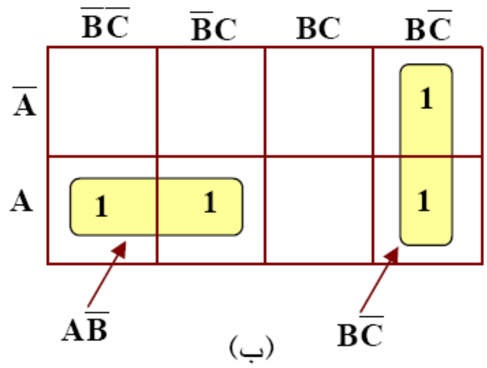
والحدود السابقة المبسطة سوف تشكل لنا المعادلة البولينية المكافئة بعد التبسيط والدائرة المنطقية، كما نرى في شكل 3 -21(جـ). وفي هذا المثال نرى أن المعادلة الأصلية تتكون من أربعة حدود كل حد منها يمثل بوابة AND بثلاثة مداخل مجمعة على بوابة OR بأربعة مداخل أي أن عدد المداخل الكلية للبوابات يساوي 16 مدخلاً، وبعد التبسيط أصبحت الدائرة تتكون من حدين كل منهما ممثل ببوابة AND بمدخلين مجمعين على بوابة OR بمدخلين أيضاً، وبالتالي يصبح عدد المداخل الكلية للبوابات بعد التبسيط يساوي 6 مدخلات كما نرى في الشكل (3 -21(جـ)).

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

(أ)



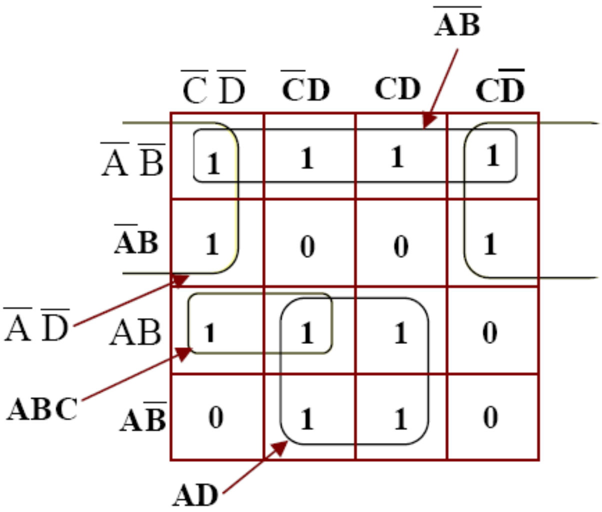
(جـ)



(ب)

الشكل (3 -21) تصميم الدائرة المنطقية باستخدام خريطة كارنوف.

الآحاد (1's) في خريطة كارنوف يمكن أن تجمع كأزواج (مجموعات من اثنين) أو مجموعات من أربعة ، أو ثمانية، أو ستة عشر وهكذا لكل القوى 2. شكل (3 -22) يوضح بعض الأمثلة للتجميع، وكيف أن خريطة كارنوف تستخدم لتبسيط التعبيرات البولينية الكبيرة. لاحظ أن المجموعات الكبيرة أي التي تحتوي على عدد كبير من الآحاد (1's) تعطينا لنا حداً صغيراً وعليه تكون البوابات المستخدمة في التصميم لها مدخلات قليلة. ولهذا السبب يجب أن نبدأ بالبحث عن المجموعات التي تحتوي على أكبر عدد من الآحاد، فإن لم نجد نبحث عن الأقل وهكذا (بمعنى أننا نبحث عن المجموعات التي تحتوي على ثماني آحاد، فإن لم نجد نبحث عن المجموعات التي تحتوي على أربعة آحاد، وأخيراً فإن لم نجد نبحث عن المجموعات التي تحتوي على زوج من الآحاد).



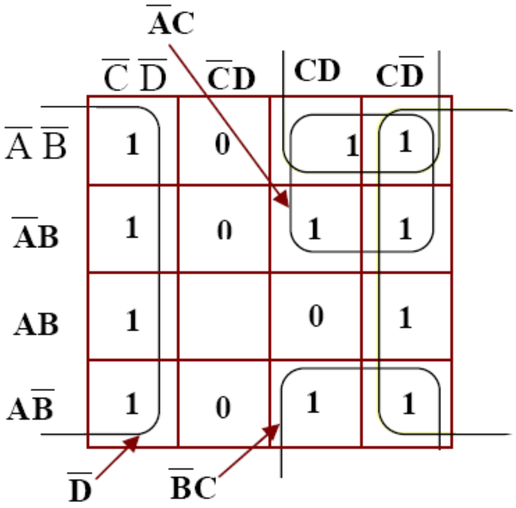
$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}D + \bar{A}\,\bar{B}CD + \bar{A}\,\bar{B}C\bar{D}$

$+ \bar{A}B\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + AB\bar{C}\,\bar{D} + AB\bar{C}D$

$+ ABCD + A\bar{B}\,\bar{C}D + A\bar{B}CD$　(قبل التبسيط)

$Y = AB\bar{C} + AD + \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}$　(بعد التبسيط)

(أ)



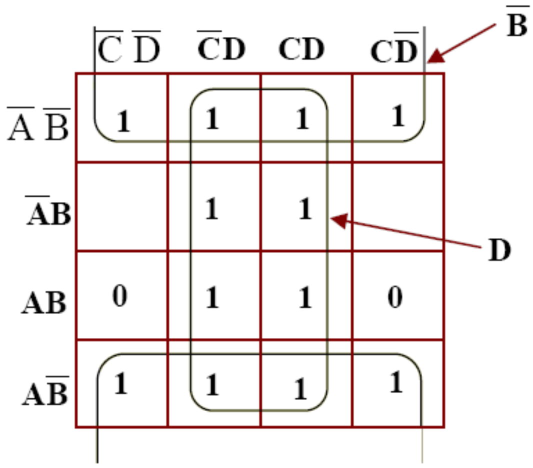
$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}CD + \bar{A}\,\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\,\bar{D}$

$+ \bar{A}BCD + \bar{A}BC\bar{D} + AB\bar{C}\,\bar{D} + ABC\bar{D}$

$+ A\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$　(قبل التبسيط)

$Y = \bar{A}C + \bar{B}C + \bar{D}$　(بعد التبسيط)

(ب)



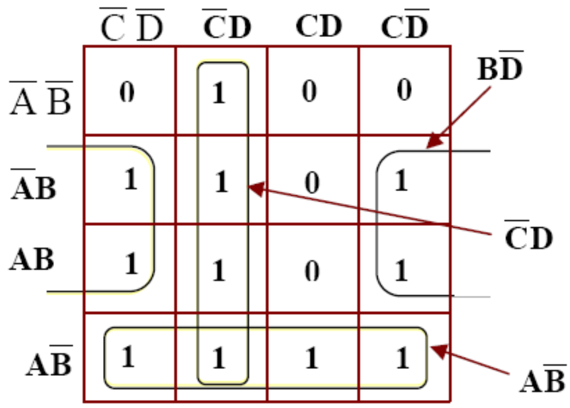
$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}D + \bar{A}\,\bar{B}CD + \bar{A}\,\bar{B}C\bar{D}$

$+ \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + ABCD$

$+ A\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + A\bar{B}\,\bar{C}D + AB\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D}$　(قبل التبسيط)

$Y = \bar{B} + D$　(بعد التبسيط)

(حـ)



$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D}$

$+ AB\bar{C}\,\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + A\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}$

$+ A\bar{B}\,\bar{C}D + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$　(قبل التبسيط)

$Y = \bar{C}D + A\bar{B} + B\bar{D}$　(بعد التبسيط)

(د)

الشكل (3 -22) أمثلة مختلفة عن التجميع في خرائط كارنوف.

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

بسط المعادلات المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

1- $F(A, B, C, D) = \Sigma m\ (2, 4, 8, 9, 10, 11, 13, 15)$

2- $F(X, Y, Z, W) = \Sigma m\ (0, 4, 5, 8, 12, 13)$

3- $F(A, B, C, D) = \Sigma m\ (0, 1, 2, 7, 8, 9, 10)$

4- $F(A, B, C, D) = ABC' + ABC + BCD' + BCD + AB'D' + A'B'D' + A'BC'D$

-

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية

مثال 3 -18: اكتب التعبير البوليني على الشكل القياسي (SOP) الذي يمثله جدول الحقيقة المبين في جدول (3 -8)، ثم قم بتبسيطه باستخدام خريطة كارنوف.

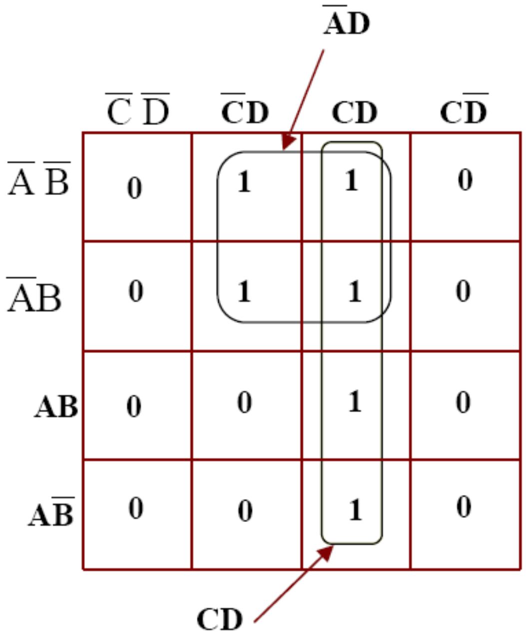
المدخلات				الخرج
A	**B**	**C**	**D**	**Y**
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

الجدول (3 -8) جدول الحقيقة المطلوب تبسيط التعبير البوليني له في مثال (3 -18).

الحل: الخطوة الأولى للحصول على التعبير البوليني هي كتابة الحدود التي تعطي الخرج (Y) في جدول الحقيقة والمساوية للقيمة (1)، وبتجميع هذه الحدود يمكننا استنتاج التعبير البوليني وهو كما يلي:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + A\overline{B}CD + ABCD$$

والخطوة التالية هي رسم خريطة كارنوف لأربعة متغيرات كما نرى في شكل (3 -23)، ونقوم بوضع الآحاد التي في عمود الخرج (Y) من جدول الحقيقة في الخلايا المكافئة لها في خريطة كارنوف.



الشكل (3 -23) خريطة كارنوف للتعبير البوليني في مثال (3 -18).

وبالنظر إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -23) نجد أنه يمكن تجميع الآحاد في مجموعتين كل مجموعة تحتوي على أربعة من الآحاد (1's). وبالتالي فإن الحلقة المربعة العليا والتي تحتوي على أربعة آحاد المتغير B والمتغير $\bar{B}$ يمكن حذفهما وبالمثل المتغير C والمتغير $\bar{C}$ وتكون النتيجة هي $\bar{A}D$. وكذلك بالنسبة للحلقة المستطيلة على الخريطة والتي تحتوي على أربعة آحاد فإنه يمكن حذف كل من المتغيرات B و $\bar{B}$ و A و $\bar{A}$ والنتيجة هي CD. والتعبير الجبري المبسط على ذلك يكون :

$$Y = \bar{A}D + CD$$

3 -13 -3 تبسيط التعبيرات على شكل (POS)   Karnaugh Map (POS) Minimization

والآن بعد معرفتنا لكيفية تبسيط التعبيرات البولينية على شكل (SOP)، سوف نشرح الآن وبنفس الطريقة كيف يمكننا تبسيط الدوال على شكل (POS).

مثال 3 -19: اكتب التعبير البوليني على الشكل القياسي (POS) الذي يمثله جدول الحقيقة المبين في جدول (3 -9)، ثم قم بتبسيطه باستخدام خريطة كارنوف.

الحل: الخطوة الأولى للحصول على التعبير البوليني على شكل (POS)، هي كتابة الحدود المجموعة التي تعطي الخرج (Y) في جدول الحقيقة القيمة (0)، وبوضع هذه الحدود على شكل (POS) نحصل على التعبير البوليني وهو كما يلي:

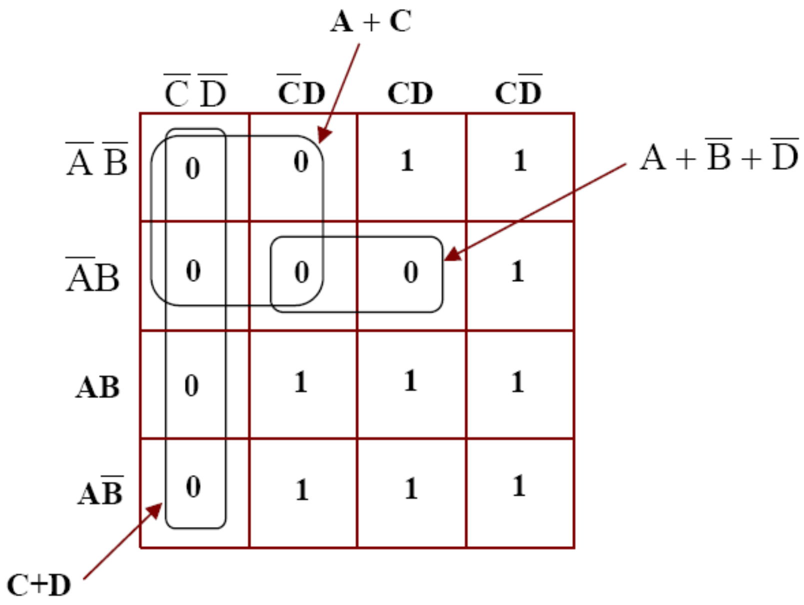
$$Y=(A+B+C+D)(A+B+C+\overline{D})(\overline{A}+B+C+D)(A+\overline{B}+C+\overline{D})$$
$$(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+B+C+D)(\overline{A}+\overline{B}+C+D)$$

المدخلات				الخرج
A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

الجدول (3 -9) جدول الحقيقة المطلوب تبسيط التعبير البوليني له في مثال (3 -19).

والخطوة التالية هي رسم خريطة كارنوف لأربعة متغيرات كما نرى في شكل(3 -24)، ونقوم بوضع الأصفار التي في عمود الخرج (Y) من جدول الحقيقة في الخلايا المكافئة لها في خريطة كارنوف. وبالنظر إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -24) نجد أنه يمكن تجميع الأصفار في ثلاثة مجموعات، مجموعتين تحتوي على أربعة من الأصفار (0's)، والمجموعة الثالثة تحتوي على صفرين. وبالتالي فإن الحلقة المربعة العليا والتي تحتوي على أربعة أصفار المتغير B والمتغير $\overline{B}$ يمكن حذفهما وبالمثل المتغير D والمتغير $\overline{D}$ وتكون النتيجة هي A+C. وكذلك بالنسبة للحلقة المستطيلة على الخريطة والتي تحتوي على أربعة أصفار فإنه يمكن حذف كل من المتغيرات B و $\overline{B}$ و A و $\overline{A}$ والنتيجة هي C+D. اما بالنسبة للحلقة التي تحتوي على صفرين فإنه يمكن حذف C والمتغير $\overline{C}$ ، والنتيجة هي $A+\overline{B}+\overline{D}$ ، ويكتب التعبير البوليني المبسط على شكل (POS) كما يلي:

$$Y=(C+D)(A+C)(A+\overline{B}+\overline{D})$$



الشكل (3 -24) خريطة كارنوف للتعبير البوليني في مثال (3 -19).

أسئلة وتمارين

1) طبق نظريات ديمورجان على كل من التعبيرات الآتية :

a) $\overline{A\overline{B}(C+\overline{D})}$　　　b) $\overline{AB(CD+EF)}$

c) $\overline{(A+\overline{B}+C+\overline{D})}+\overline{ABC\overline{D}}$　　　d) $\overline{\overline{(\overline{A}+B+C+D)}\;\overline{(A\overline{B}\overline{C}D)}}$

2) باستخدام قواعد الجبر البوليني بسط التعبيرات البولينة التالية :

a) $F=A\overline{B}+A\overline{(B+C)}+B\overline{(B+C)}$

b) $F=[AB(C+\overline{BD})+\overline{AB}]CD$

c) $F=A\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,C+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

d) $F=\overline{A\,B}+\overline{A\,C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

3) حول التعبيرات القياسية (SOP) الآتية إلى التعبيرات (POS) القياسية:

a) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}$

b) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,C$

c) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

4) حول التعبيرات القياسية (POS) الآتية إلى التعبيرات (SOP) القياسية:

a) $F=(A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

b) $F=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(A+B+C)$

c) $F=(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$

5) استنتج جدول الحقيقة للتعبيرات القياسية (SOP) الآتية :

a) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

b) $F=A\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,C$

c) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

6) استنتج جدول الحقيقة للتعبيرات القياسية (POS) الآتية:

a) $F = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$

b) $F = (A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(A + B + C)$

c) $F = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$

7) استنتج التعبيران القياسيان (SOP),(POS) من جدول الحقيقة الآتي:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

8) حقق كلاً من التعبيرات المنطقية الآتية مستخدماً بوابات NAND فقط:

a) $ABCD + \overline{D}E$　　　　b) $A\overline{B}C + AB + \overline{D}$

c) $A\overline{B}\overline{C} + D + E$　　　　d) $A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC + AB\overline{C}$

9) حقق كل من التعبيرات المنطقية الآتية مستخدماً بوابات NOR فقط:

a) $(A + B + C)\,(A + \overline{B})$　　　　b) $\overline{\overline{A}B\overline{C} + (D + \overline{E})}$

c) $(\overline{A}B + C)\,(D\overline{E} + \overline{F})$　　　　d) $\overline{\overline{(A + \overline{B})} + \overline{(\overline{C} + D)}}$

10) باستخدام خريطة كارنوف صمم دائرة منطقية في أبسط صورة على شكل (SOP)، لجدول الحقيقة الموضح بأسفل:

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

11) باستخدام خريطة كارنوف بسط كلاً من التعبيرات البولينية الآتية على شكل (SOP), (POS):

a) $F_1 = A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + AB\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D}$

b) $F_2 = ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + AB\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + ABC\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$

c) $F_3 = \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D$

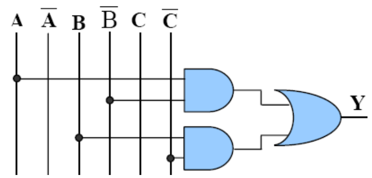
d) $F_4 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + +\overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}CD$

رابعا : الاختبار البعدي Post test

بسط المعادلات المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

1- $F = x'y' + yz + x'yz'$
2- $F = xy + x'y'z' + x'yz'$
3- $F = xyz + x'y'z + xyz'$
4- $F = x'y + yz' + y'z'$
5- $F = \Sigma(4, 5, 7, 12, 13, 14, 15)$
6- $F = \quad F = \Sigma(0, 1, 2, 3, 8, 10, 15)$

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	$Y = A\overline{B} + B\overline{C}$	1	$F(A, B, C, D) = AB' + AD + B'CD' + A'BC'D'$	1	$F = x' + yz$
2		2	$F(X, Y, Z, W) = YZ' + Z'W'$	2	$F = xy + x'z'$
		3	$F(A, B, C, D) = A'BCD + B'D' + B'C'$	3	$F = x'y'z + xy$
		4	$F(A, B, C, D) = BD + B'D' + BC + AD'$	4	$F = = x'y + z'$
3	$Y = \overline{B} + D$	5		5	$F = BC' + BD + AB$
4	$Y = \overline{C}D + A\overline{B} + B\overline{D}$	6		6	$F = B'D' + A'B' + ABCD$
5	$F = \overline{X}Z + Y$	7		7	
6		8		8	
7		9		9	
8		10		10	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

(المحاضرة الثالثة عشر : المقارن الرقمي (Digital Comparator)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

من الدوائر المهمة الموجودة في وحدة الحساب والمنطق (ALU) التابعة لوحدة المعالجة المركزية (CPU) في الحاسبات الالكترونية هي دائرة المقارن الرقمي والتي تقوم بمقارنة البيانات الداخلة اليها واعطاء اخراجات تبين حالات البيانات فيما اذا كانت متساوية ام اكبر ام اصغر .

وقد صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب كيفية تصميم دائرة المقارن الرقمي بشكل مبسط لمرتبة واحدة ولمرتبتين .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تصميم دائرة المقارن الرقمي ذوالمرتبة الواحدة .

ثانيا : تصميم دائرة المقارن الرقمي ذوالمرتبين .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية تصميم دائرة المقارن الرقمي ذوالمرتبة الواحدة .
- يتعرف على كيفية تصميم دائرة المقارن الرقمي ذوالمرتبين .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

أولا : ضع دائرة حول الرقم الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

أ- لدائرةالمقارن ذو المرتبة الواحدة يكون اخراج بوابة (AND) (F1=1) في حالة كون قيمتي (A,B) هي :

1- (0,0) .
2- (0,1) .
3- (1,0) .
4- (1,1) .

ب- لدائرةالمقارن ذو المرتبة الواحدة يكون اخراج بوابة (AND) (F2=1) في حالة كون قيمتي (A,B) هي :

1- (0,0) .
2- (0,1) .
3- (1,0) .
4- (1,1) .

ج- لدائرةالمقارن ذو المرتبة الواحدة يكون اخراج بوابة (XNOR) (F3=1) في حالة كون قيمتي (A,B) بالترتيب هي:

1- (0,0) مرة و(0,1) مرة أخرى.
2- (0,1) مرة و (1,0) مرة أخرى .
3- (1,0) مرة و (1,1) مرة أخرى .
4- (1,1) مرة و (0,0) مرة أخرى .

ثانيا : صمم دائرة المقارن الرقمي ذو المرتبة الواحدة .

ثالثا : صمم دائرة المقارن الرقمي ذو المرتبتين .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية: (نص المحاضرة)

أولا : المقارن الرقمي ذو المرتبة الواحدة

من الدوائر المنطقية التي تقوم بمعالجة أي كميتين أو رقمين ثنائيين هي دائرة المقارن الرقمي وتعرف كذلك بالمقارن الكمي . وتستخدم هذه الدوائر في مقارنة أي كميتين او رقمين ثنائيين مثل (A و B) فعند مقارنتهما تكون العلاقات الكمية للمقارنة بينهما هي :

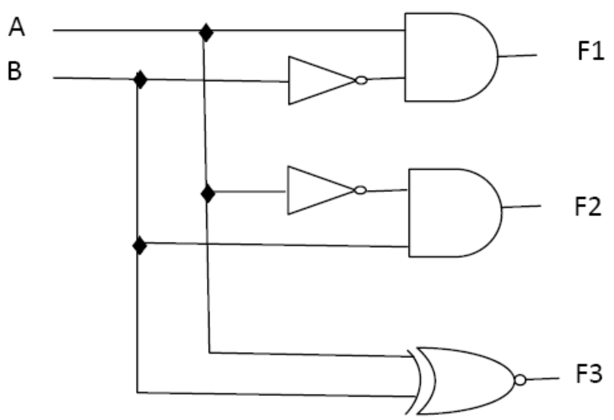
(A = B او A < B او A > B)

		A>B	A<B	A=B
A	B	F1	F2	F3
0	0	0	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1

$$F1 = A\,\overline{B}$$

$$F2 = \overline{A}\,B$$

$$F3 = \overline{A}\,\overline{B} + A\,B = A \odot B$$



ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

1- أرسم دائرة المقارن الرقمي ذو المرتبة الواحدة .

2- أرسم دائرة المقارن الرقمي ذو المرتبين .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثانيا : المقارن الرقمي ذو المرتبتين

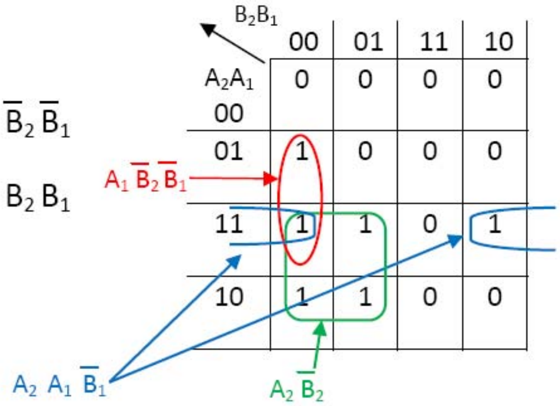
A: A_2	A: A_1	B: B_2	B: B_1	A>B F1	A<B F2	A=B F3
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1

$$F1 = A_2\overline{B}_2 + A_2\,A_1\,\overline{B}_1 + A_1\,\overline{B}_2\overline{B}_1$$

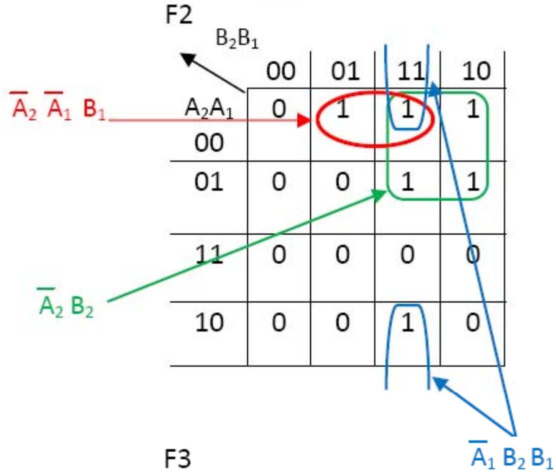
$$F2 = \overline{A}_2 B_2 + \overline{A}_2\,\overline{A}_1\,B_1 + \overline{A}_1\,B_2 B_1$$

$$F3 = (A_2 B_2) \odot (A_1 B_1)$$

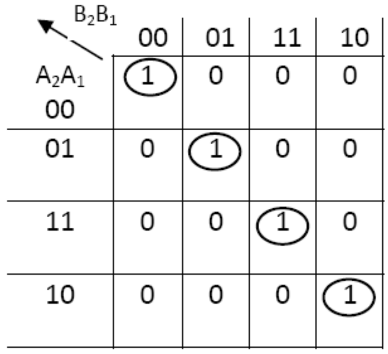
F1



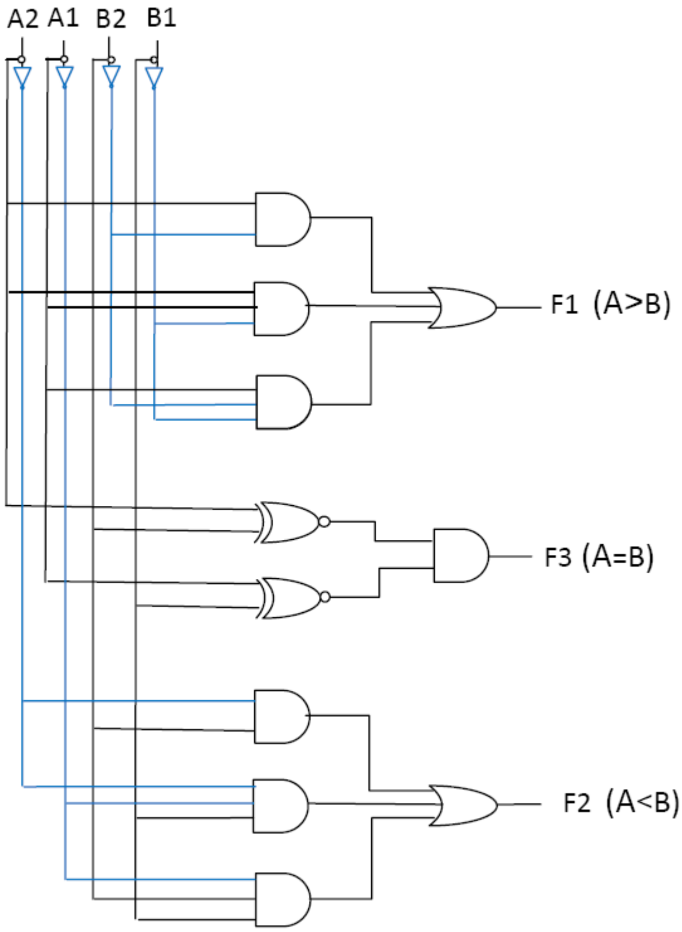
F2



F3



$$F3 = (A_2 B_2) \odot (A_1 B_1)$$



رابعا : الاختبار البعدي Post test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- لدائرةالمقارن ذو المرتبين يكون اخراج بوابة (OR) (F1=1) في حالة كون قيمتي (A_2,B_2) هي :

أ- (0,0) .

ب- (0,1) .

ت- (1,0) .

ث- (1,1) .

2- لدائرةالمقارن ذو المرتبين يكون اخراج بوابة (OR) (F2=1) في حالة كون قيمتي (A_2,B_2) هي:

أ- (0,0) .

ب- (0,1) .

ت- (1,0) .

ث- (1,1) .

3- لدائرةالمقارن ذو المرتبين يكون اخراج بوابة (AND) (F3=1) في حالة كون قيمتي (A_2,B_2) هي :

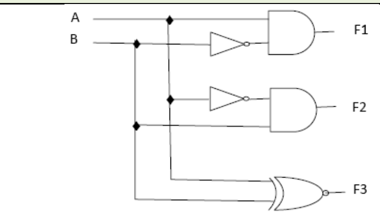
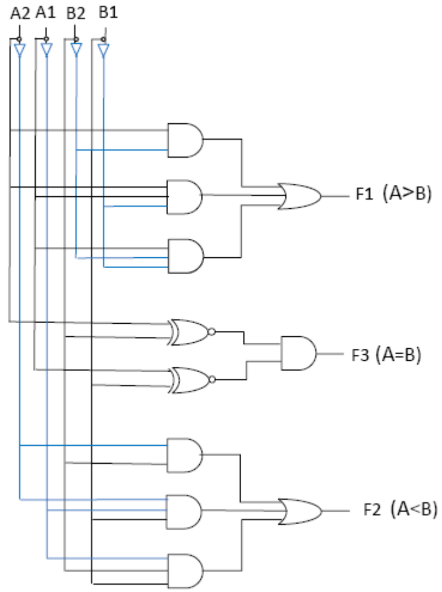
أ- (0,1) .

ب- (1,0) .

ت- (1,1) .

ث- (0,0) .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
أ	3	1		1	ت
ب	2			2	ب
ج	4			3	ت
ثانيا	$F1 = A\bar{B}$ $F2 = \bar{A}B$ $F3 = \bar{A}\bar{B} + AB = A\odot B$	2		4	
				5	
				6	
ثالثا	$F1 = A_2\bar{B}_2 + A_2A_1\bar{B}_1 + A_1\bar{B}_2\bar{B}_1$ $F2 = \bar{A}_2B_2 + \bar{A}_2\bar{A}_1B_1 + \bar{A}_1B_2B_1$ $F3 = (A_2B_2)\odot(A_1B_1)$			7	
				8	
				9	
				10	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

(المحاضرة الرابعة عشر : مفك الجفرات (Decoders)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني / النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

في معظم المنظومات الرقمية غالبا ما تكون هنالك حاجة للتحويل بين الجفرات من نوع الى اخر .
لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب كيفية فك الجفرات من نظام عددي الى نظام عددي اخر.

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تصميم دائرة مفك الشفرات الثنائي الى الثماني .
ثانيا : تصميم دائرة مفك الشفرات من الثنائي الى العشري.

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :
- تصميم دائرة مفك الشفرات الثنائي الى الثماني
- تصميم دائرة مفك الشفرات من الثنائي الى العشري.

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- مفك الجفرة هو عبارة عن دائرة منطقية :

أ- تحول جفرة المداخل من النظام الثنائي الى الانظمة الاخرى .

ب- تجمع المداخل .

ت- تحول جفرة المداخل من الانظمة الاخرى الى النظام الثنائي.

ث- تستخرج متمم ال(1) للمداخل.

2- لتصميم دائرة مفك الجفرة من النظام الثنائي الى النظام الثماني نحتاج الى :

أ- ثمانية ادخالات وثلاث بوابات AND مع بوابات النفي .

ب- ثلاثة ادخالات و ثمانية بوابات AND مع بوابات النفي .

ت- ثلاثة ادخالات وثمانية بوابات OR مع بوابات النفي .

ث- سبعة ادخالات وثلاث بوابات AND مع بوابات النفي .

3- ارسم التركيب الداخلي لدائرة مفك الجفرة من النظام الثنائي الى النظام الثماني مع خط تنشيط واطئ (active low enable) .

4- تربط البوابة التي يكافئ اخراجهاالقيمة(0) بالمداخل ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية: (نص المحاضرة)

المحاضرة الرابعة عشر

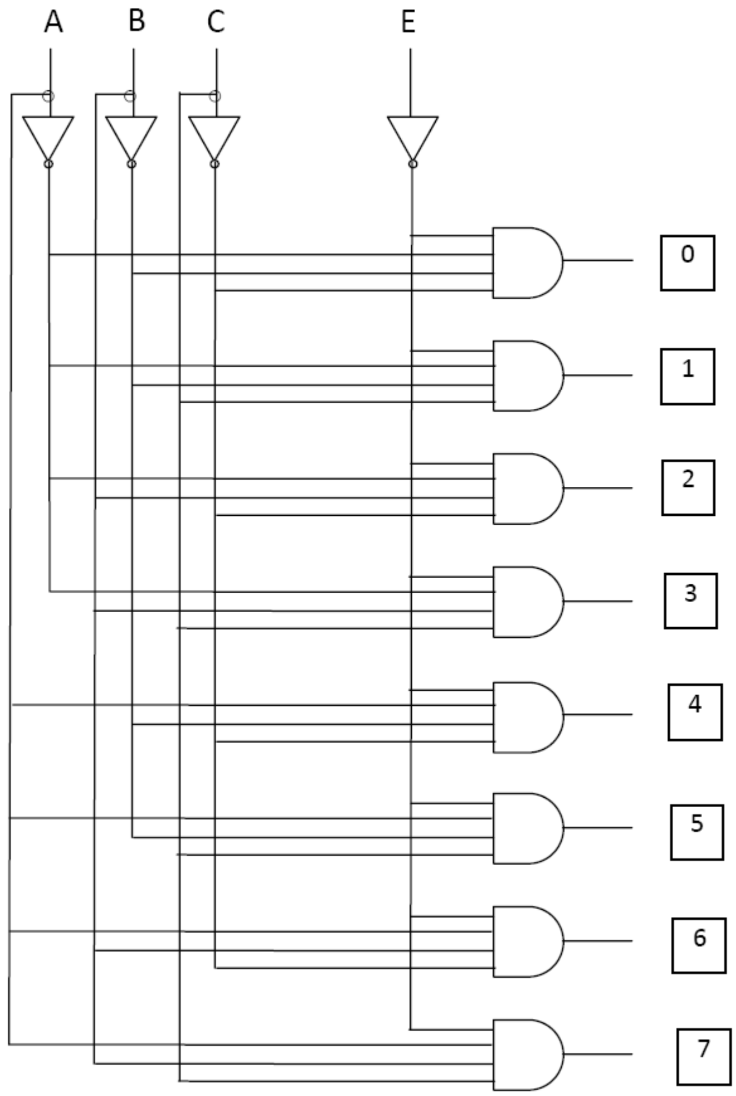
مفك الجفرات (Decoder)

<u>أهداف المحاضرة الرابعة عشر:</u>

بعد نهاية المحاضرة الرابعة عشر يتعرف الطالب على :

مفك الجفرات الثنائي الى الثماني - مفك الجفرات من الثنائي الى العشري .

يقوم مفك الجفرات (Decoder) المبين بالشكل (١) بتحويل الجفرة الثنائية الى جفرة بشكل نظام ثماني ونلاحظ كذلك وجود خط التشغيل او التمكين (Enable) الواطئ (اي لاتعمل الدائرة بالشكل الاعتيادي الا اذا كان ادخال هذا الخط = Logic 0 وذلك بسبب وجود دائرة النفي)



الشكل (١)

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- تربط البوابة التي يكافئ اخراجها القيمة(1) بالمداخل ....

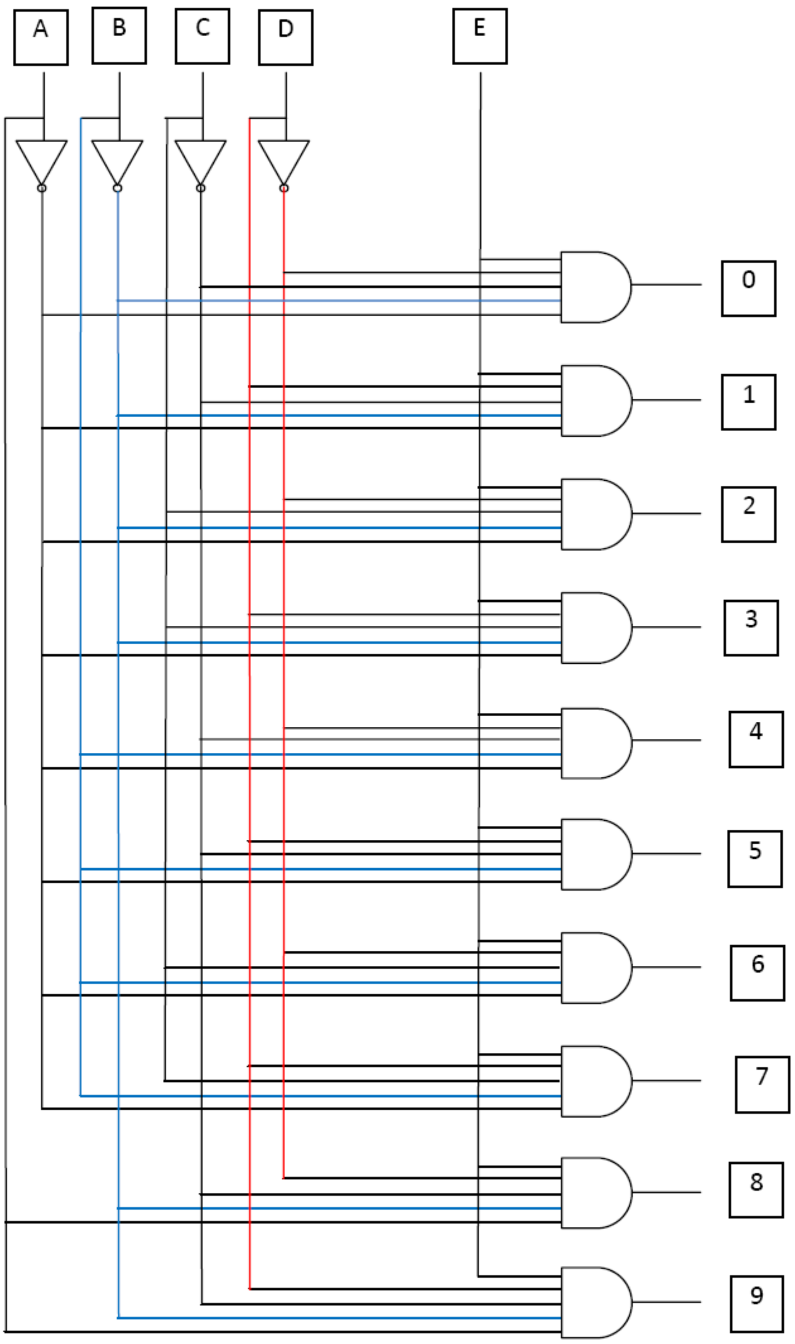
2- تربط البوابة التي يكافئ اخراجها القيمة(2) بالمداخل ....

3- تربط البوابة التي يكافئ اخراجها القيمة(3) بالمداخل ....

4- تربط البوابة التي يكافئ اخراجها القيمة(4) بالمداخل ....

5- تربط البوابة التي يكافئ اخراجها القيمة(8) بالمداخل ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.



يقوم مفك الجفرات (Decoder) المبين بالشكل (٢) بتحويل الجفرة الثنائية الى جفرة بشكل نظام عشري ونلاحظ كذلك وجود خط التشغيل او التمكين (Enable) العالي (اي لاتعمل الدائرة بالشكل الاعتيادي الا اذا كان ادخال هذا الخط = Logic 1 وذلك بسبب عدم وجود دائرة النفي)

الشكل (٢)

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- ارسم التركيب الداخلي لدائرة مفك الجفرة من النظام الثنائي الى النظام العشري مع خط تنشيط عالي (active high enable) .

2- مفك الجفرة هو عبارة عن دائرة منطقية تقع بعد مرحلة ...... وقبل مرحلة ...... في الحاسبات الالكترونية .

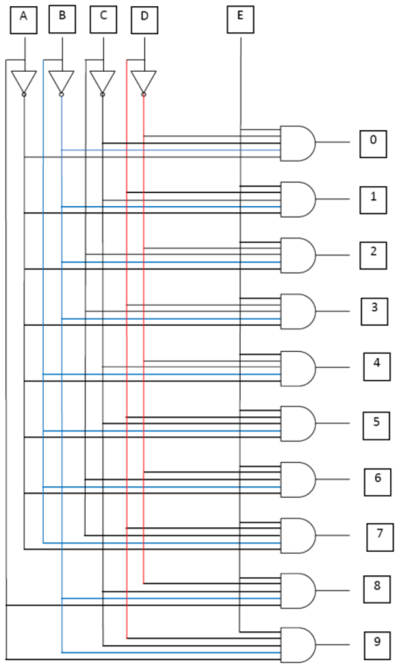
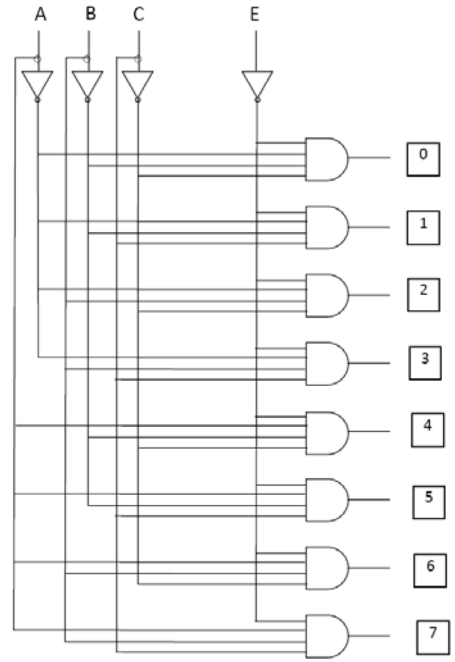
3- تربط البوابة التي يكافئ اخراجهاالقيمة(5) بالمداخل ....

4- تربط البوابة التي يكافئ اخراجهاالقيمة(6) بالمداخل ....

5- تربط البوابة التي يكافئ اخراجهاالقيمة(7) بالمداخل ....

6- تربط البوابة التي يكافئ اخراجهاالقيمة(9) بالمداخل ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	أ	1	A',B',C	1	
2	ب	2	A',B,C'		
3		3	A',B,C		
		4	A,B',C'		
		5	A,B',C',D'		
		6			
		7			
		8			
		9			
		10		2	وحدة المعالجة المركزية ، شاشة العرض
				3	A',B,C',D
				4	A',B,C,D'
				5	A',B,C,D
4	A',B',C'			6	A,B',C',D

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

(المحاضرة الخامسة عشر : الترميز (Encoding)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة : الاولى في المعهد التقني/ النجف - قسم الالكترونيك

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

في معظم المنظومات الرقمية غالبا ما تكون هنالك حاجة للتحويل بين الجفرات من نوع الى اخر .

لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب كيفية ترميز الجفرات من نظام عددي الى نظام عددي اخر.

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تصميم دائرة الترميز من الثماني الى الثنائي .

ثانيا : تصميم دائرة الترميز العشري الى الثنائي .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يصمم دائرة الترميز من الثماني الى الثنائي .
- يصمم دائرة الترميز العشري الى الثنائي .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- المجفر هو عبارة عن دائرة منطقية :

أ- تقلب المداخل عند الاخراج .

ب- تجمع المداخل .

ت- تحول جفرة المداخل من نظام الى اخر .

ث- تستخرج متمم ال(2) للمداخل.

2- لتصميم دائرة المجفر من النظام الثماني الى النظام الثنائي نحتاج :

أ- ثمانية ادخالات وثلاث بوابات OR .

ب- ثمانية ادخالات واربع بوابات OR .

ت- ثمانية ادخالات و بوابتي OR .

ث- سبعة ادخالات وثلاث بوابات OR .

3- ارسم التركيب الداخلي لدائرة المجفر من النظام الثماني الى النظام الثنائي مع خط تنشيط واطئ (active low enable) .

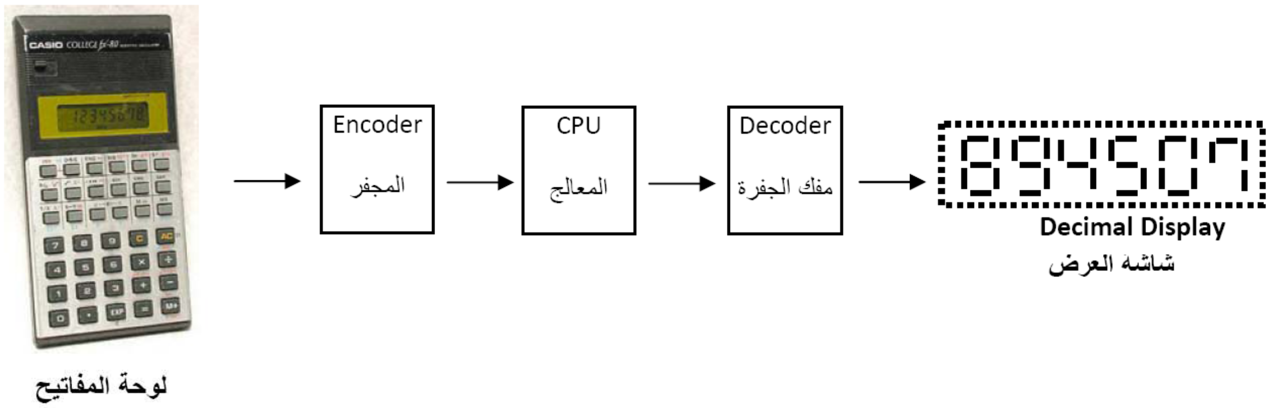
4- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (8) ببوابة ال (OR) رقم ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية: (نص المحاضرة)

المجفرات (Encoders) :

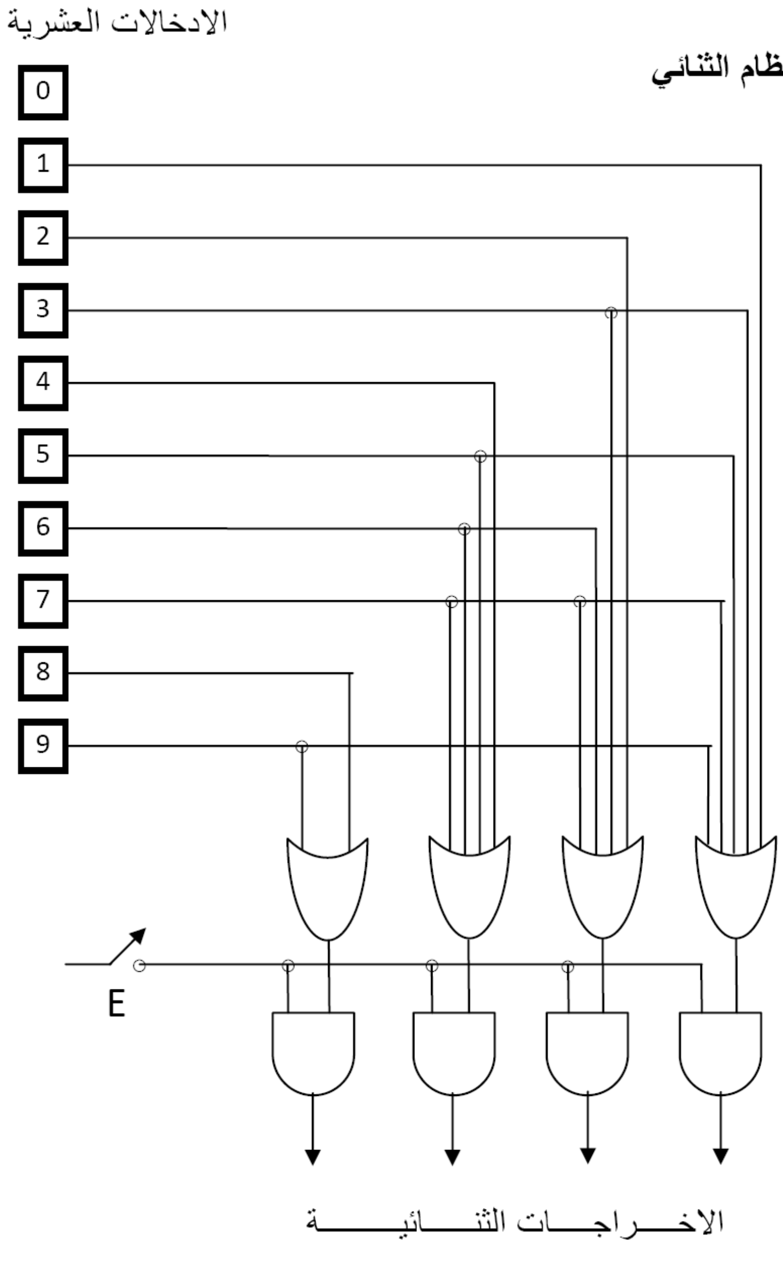
إن احد استخدامات البوابات المنطقية في المنظومات الرقمية هو استخدامها كمحولات للجفرة (Code Converters) . الجفرات الشائعة الاستخدام هي : الثنائي والثماني والسداسي عشر والعشري المجفر ثنائيا .

إن معظم الغموض الذي يكتنف الحاسبات الالكترونية وغيرها من النظم الرقمية يأتي من اللغة غير المالوفة للدوائر الرقمية ، فالاجهزة الرقمية يمكنها إن تتعامل فقط مع الارقام الثنائية (1و0) حيث انه من الصعب على الانسان إن يفهم سلسلة طويلة من الواحدات والاصفار ولهذا السبب فان محولات الجفرات تصبح ضرورية للتحويل من لغة البشر الى لغة الالة وبالعكس .



نلاحظ في الرسم التخطيطي المبسط مراحل احدى الحاسبات الصغيرة حيث إن اداة الادخال الى اليسار هي لوحة المفاتيح الشائعة (Keyboard)، وبين لوحة المفاتيح ووحدة المعالجة المركزية (CPU) الخاصة بالحاسبة نجد المجفر حيث يقوم هذا المجفر بترجمة العدد العشري الذي يتم ادخاله بواسطة الضغط على احد ازرار لوحة المفاتيح الى جفرة ثنائية ثم تقوم وحدة المعالجة المركزية بتأدية وظائفها على الجفرة الثنائية الداخلة وبعد معالجتها تخرج على شكل نظام ثنائي يقوم بعد ذلك مفك الجفرات (Decoder) بترجمة هذه الجفرة الثنائية الخارجة من وحدة المعالجة المركزية الى جفرة عشرية وفي هذه المنظومة يكون المجفر و مفك الجفرات عبارة عن مترجمات جفرة الكترونية ويمكننا إن نتصور المجفر على انه اداة الترجمة من لغة البشر الى لغة الالة ، اما مفك الجفرات فيقوم بعملية معكوسة حيث يقوم بالترجمة من لغة الالة الى لغة البشر .

أ- **المجفرمن النظام العشري الى النظام الثنائي**



الدائرة المبينة في الشكل المجاور تقوم بتحويل الرقم العشري الداخل الى ما يكافئه بالنظام الثنائي .
نلاحظ من الشكل انه عندما يتم الضغط على المفتاح الذي يحمل الرقم (9) مثلا والذي تم توصيله مسبقا بالبوابتين الاولى والرابعة سيظهر عند اخراج البوابات الاربعة الرقم الثنائي $(1001)_2$ وهو مايكافئ الرقم (9) الذي تم ادخاله ونلاحظ كذلك ان الرقم (0) لم يربط باي بوابة حيث عندما يضغط يبقى اخراج البوابات كلها يساوي $(0000)_2$ وهو مايكافئ قيمة الصفر الداخلة .

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (1) ببوابة ال (OR) رقم ...... بينما يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (2) ببوابة ال (OR) رقم ....

2- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (3) ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ....

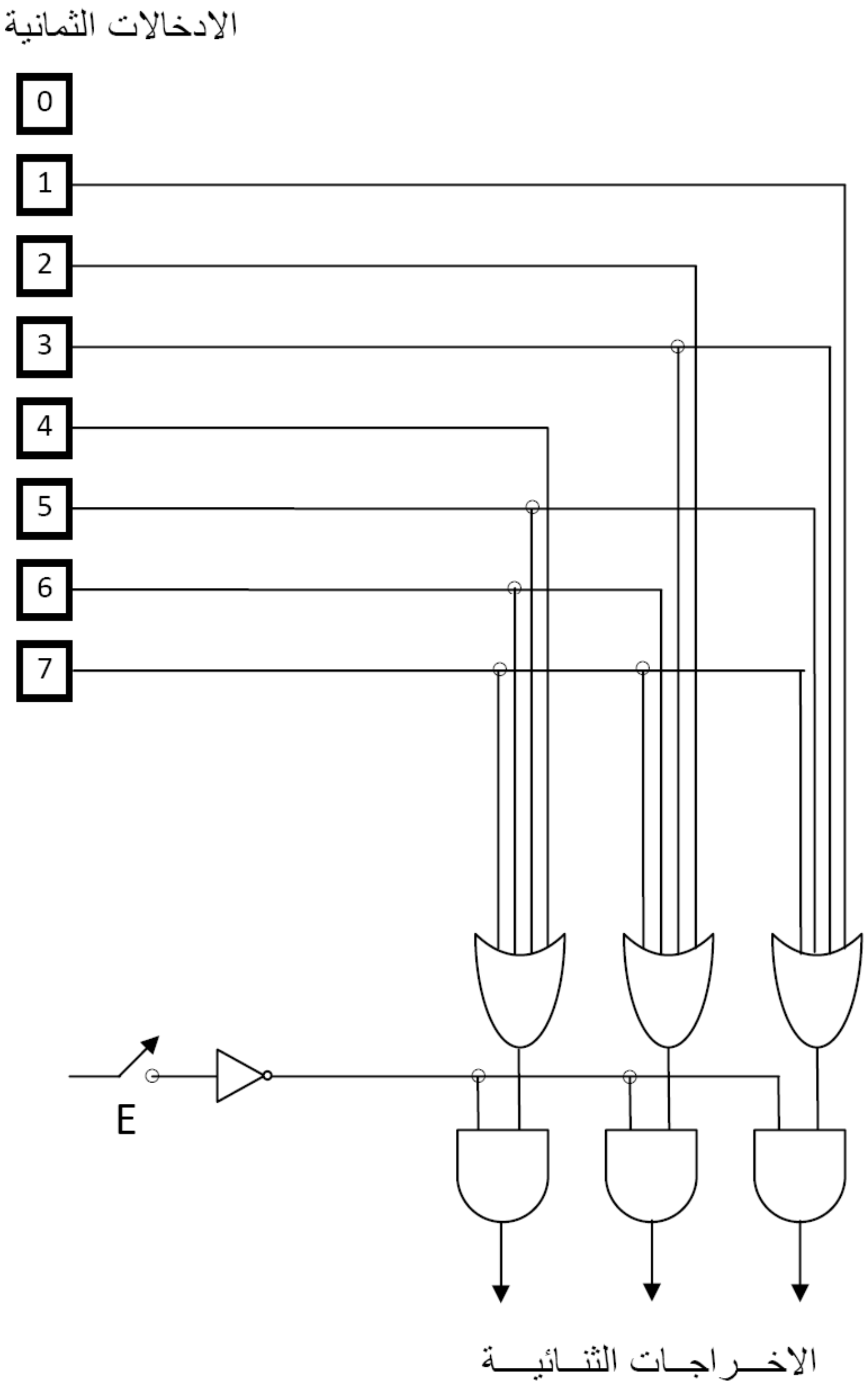
3- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (5) ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ....

4- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (6) ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.

ب- المجفرمن النظام الثماني الى النظام الثنائي

الدائرة المبينة في الشكل المجاور تقوم بتحويل الرقم الثمانيي الداخل الى ما يكافئه بالنظام الثنائي .
نلاحظ من الشكل انه عندما يتم الضغط على المفتاح الذي يحمل الرقم (6) مثلا والذي تم توصيله مسبقا بالبوابتين الثانية والثالثة سيظهر عند اخراج البوابات الثلاثة الرقم الثنائي $(110)_2$ وهو مايكافئ الرقم (6) الذي تم ادخاله ونلاحظ كذلك ان الرقم (0) لم يربط باي بوابة حيث عندما يضغط يبقى اخراج البوابات كلها يساوي $(000)_2$ وهو مايكافئ قيمة الصفر الداخلة .



رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- ارسم التركيب الداخلي لدائرة المجفر من النظام العشري الى النظام الثنائي مع خط تنشيط عالي (active high enable) .

2- المجفر هو عبارة عن دائرة منطقية تقع بعد مرحلة ...... وقبل مرحلة ...... في الحاسبات الالكترونية.

3- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (7) ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ....

4- يربط المفتاح الذي يحمل الرقم (9) ببوابة ال (OR) رقم ...... و ببوابة ال (OR) رقم ....

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة.