

## محاضرة رقم (8)

### التكامل :- (integration)

هو عملية عكسية لعملية الاشتقاق (أي هو ارجاع المشتقة الى دالة قبل الاشتقاق )

$$\int F'(x) dx = F(x) + c$$

وهذا هو التكامل الغير محدد

### قواعد التكامل

اولاً :- تكامل الثابت.

$$\int a dx = ax + c$$

where :-

$$a = \text{constant}$$

### Example:-

$$1) \int 3 dx = 3x + c$$

$$2) \int 7 dx = 7x + c$$

$$3) \int \frac{3}{2} dx = \frac{3}{2}x + c$$

$$4) \int \frac{-1}{\sqrt{4}} dx = \frac{-1}{\sqrt{4}}x + c$$

ثانياً :- تكامل الدالة  $x^n$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

**Where:-**

**n = عدد**

**Example:-**

$$1) \int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + c \Rightarrow \frac{x^3}{3} + c \Rightarrow \frac{1}{3}x^3 + c$$

$$2) \int 3x^2 dx = \frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} + c \Rightarrow x^3 + c$$

$$3) \int 2x dx = \frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} + c \Rightarrow x^2 + c$$

$$4) \int x^{-3} dx = \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c \Rightarrow \frac{x^{-2}}{-2} + c \Rightarrow \frac{1}{-2x^2} + c$$

ثالثاً :- القوس المرفوع الى اس مضروب في مشتقة داخل القوس.

$$\int [F(x)]^n \cdot F'(x) dx = \frac{[F(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

ملاحظة :- يجب توفير مشتقة داخل القوس اولاً عندما توفر مشتقة ما داخل القوس فانه الدالة التي بجانب القوس تهمل ونقوم بتكامل القوس فقط.

**Example:-**

$$1) \int (x^2 + 1)^3 \cdot 2x dx \Rightarrow \frac{(x^2 + 1)^{3+1}}{3+1} + c \Rightarrow \frac{(x^2 + 1)^4}{4} + c \Rightarrow \frac{1}{4}(x^2 + 1)^4 + c$$

$$2) \int (x^3 - 5)^4 \cdot 3x^2 dx \Rightarrow \frac{(x^3 - 5)^{4+1}}{4+1} + c \Rightarrow \frac{(x^3 - 5)^5}{5} + c \Rightarrow \frac{1}{5}(x^3 - 5)^5 + c$$

$$3) \int (x^2 - 1)^6 \cdot x dx \Rightarrow \frac{1}{2} \int (x^2 - 1)^6 \cdot \cancel{2x} dx$$

$$\frac{1}{2} * \frac{(x^2 - 1)^7}{7} + c \Rightarrow \frac{1}{2} * \frac{1}{7} (x^2 - 1)^7 + c \Rightarrow \frac{1}{14} * (x^2 - 1)^7 + c$$

$$4) \int (x^3 - 1)^8 \cdot x^2 dx \Rightarrow \frac{1}{3} \int (x^3 - 1)^8 \cdot \cancel{3x^2} dx$$

$$\frac{1}{3} * \frac{(x^3 - 1)^9}{9} + c \Rightarrow \frac{(x^3 - 1)^9}{27} + c$$

## ملاحظات مهمة حول التكامل

1- لا يوجد في التكامل قاعدة لحاصل قسمة او ضرب دالتين فان وجدت اقواس نتخلص منها وان وجد في التكامل (بسط ومقام) قابل للتحليل نحلل ثم نختصر ومن ثم نجري عملية التكامل .

### Example:-

$$1) \int \frac{(x^2 - 9)}{(x - 3)} dx \Rightarrow \int \frac{(x+3) \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}} dx$$

$$\int (x+3) dx \Rightarrow \frac{x^2}{2} + 3x + c \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + 3x + c$$

$$2) \int \frac{(x^4 - x)}{(x^2 + x + 1)} dx \Rightarrow \int \frac{x(x^3 - 1)}{(x^2 + x + 1)} dx \Rightarrow \int \frac{x(x-1) \cancel{(x^2 + x + 1)}}{\cancel{(x^2 + x + 1)}} dx$$

$$\int x(x-1) dx \Rightarrow \int (x^2 - x) dx \Rightarrow \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \Rightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + c$$

$$3) \int \frac{2x^3 + 4x^2}{x} dx \Rightarrow \int \frac{2 \cancel{x^3}}{\cancel{x}} + \frac{4 \cancel{x^2}}{\cancel{x}} dx$$

$$\int (2x^2 + 4x) dx \Rightarrow \frac{2x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + c \Rightarrow \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + c$$

$$4) \int (3x^2 - 1)(x + 1) dx \Rightarrow \int (3x^3 + 3x^2 - x - 1) dx$$

$$\frac{3x^4}{4} + \frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} - \frac{x^2}{2} - x + c \Rightarrow \frac{3}{4}x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + c$$